常葉大学教職大学院研究紀要　2019（第５号）　pp. 45 ～ 64

実践報告

算数・数学科における小中連携に関する教材・指導法の開発についての試み（2）

－文章題指導から方程式の解法に焦点を当てて－

坂　本　正　彦[1)]

Development of a course and a method of teaching for cooperation of an elementary school and a junior high school (2)

- focusing on the Verbal Problem and the Equation -

Masahiko Sakamoto

概要

算数・数学における静岡型小中一貫教育を充実させるためには，小学校の内容を中学校の内容の先行オーガナイザーとして位置づけることの他に，小学校算数科からの中学校への要請，及び中学校数学科から小学校算数科への要請という視点がある。中学校１年生で扱う一次方程式の学習に対する意味的理解のためには，小学校算数科で，線分図や面積図を用いた文章題の解法の経験が必要であることを指摘し，図表を活用した一元一次方程式の導入案を立案した。立案した授業案を静岡市内の私立中学校で実践し，その結果を分析したものを静岡市内の公立の小学校及び中学校の先生方で作る研究会で発表した。そこでの協議内容を踏まえ，新たに小中一貫教育についての提案としてまとめた。

［キーワード］

数学的な考え方，問題解決，線分図，面積図，文章題

１．はじめに

多くの教師は，「仕事を通じて子どもや自分の成長を感じており，８割以上が『今の仕事は楽しい』と回答している一方，「授業の準備をする時間が足りない」ことに悩みを感じているという調査結果がある（図 1.1）[1)]。よって，授業の充実を図る手立てを講じることは，現在も喫緊の課題といえる。

静岡市が平成 34 年度から開始予定の市内全小中学校における小中一貫教育は，市内それぞれの中学校区を一つの単位（グループ校）としてその校区の小学校との間で組織され，「9 年間の連続性，系統性を強化した教育課程を編成・実施すること」を特色として掲げている。そこでは，「地域や学校及び子どもの実態に応じて創意工夫を加え，独自性豊かな教育課程を編成、実施すること」を謳い，「グループ校ならではの教育」の実現を推奨する[2)]。この静岡型一貫教育の特徴である，

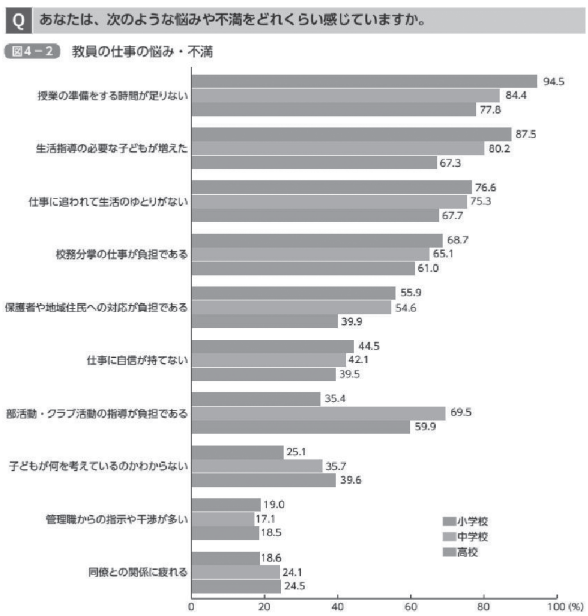

図 1.1　教員の仕事の悩み・不満

1) 常葉大学大学院　初等教育高度実践研究科

中学校区ごとのカリキュラムマネジメントの推進と，個々の児童生徒に対して小中で連携して指導に当たれるという環境整備は，授業準備に関わる具体的な実践に大きく寄与すると考えられる。

算数・数学科において小中連携による効果的なカリキュラム策定を検討するとき，幾つかの視点が存在し，大きく内容領域に関係することと，方法領域に関係することが挙げられる。既に，内容領域に関することについて筆者は，

⑴ 数学科の題材を，算数科の教材として用いることの可能性について
⑵ 数学科の題材の，算数科としての教育的効果について
⑶ 数学科の題材を小学校で取り上げることの意味

についての検討のもとで，小学校での学習が中学校での学習の先行オーガナイザーとして機能するよう取りはかることの重要性を指摘した[3]。静岡型小中一貫教育のもとでは，地域ごとのカリキュラムマネジメントに関するフリーハンドが保証されていることを鑑みると，小学校においては，具体的な児童に対する指導内容からの中学校数学科に対する要請により，その地域独自の連携を図ることが可能であるし，逆に中学校からは，中学校数学科が抱える課題に対して，小学校との連携を通してその課題の克服に向けて具体的な事柄を要請することで，互いに現状を改善していくための連携を図ることを可能にする。

筆者は小学校の実践が中学校の先行オーガナイザーとして位置づけられるという指摘を行ったが，静岡型小中一貫教育の充実に関する提案としては，小学校から中学校への一方通行しかないのだろうか。本稿は，静岡型小中一貫教育の充実に向けた提案は，中学校から小学校への提案もあり得るし,当然それが必要であるという仮説の基に,中学校数学から小学校算数授業への提案を検討する。

研究の方法としては，筆者が主に静岡市内の小学校から進学した生徒で構成される，静岡市内私立A中学校1年生のクラスで授業を行い，授業での様子を分析・検討すると同時に，そこでの実践を静岡市内の公立小学校の先生方で運営される静数会及び市内公立中学校の先生方で運営される数学同好会にて発表し，そこで協議された内容を基に，中学校数学から小学校と算数科に向けての提案として示す。取り上げる内容は，小学校算数科における文章題での面積図，線分図を用いた解法と中学校数学科における一次方程式の解法指導に関する連携である。

2．方程式の単元における指導上の問題点

2.1. 学習指導要領に示された方程式の指導とそれに対する取り扱いの現状

中学校では，1年次に一元一次方程式，2年次に二元一次連立方程式，3年次に一元二次方程式を学習する。方程式の学習の意義や目的については，学習指導要領解説[4]では，以下のように述べられている。

①「方程式の必要性と意味を理解する（p.23）」。
②「いろいろな数量の関係や法則などを，文字を用いて一般的かつ簡潔に表現したり，式の意味を読み取ったりできるようにする（p.24）」。
③「方程式は形式的な式変形で解を求めることができることから，問題の能率的な解決に有効であることを理解できるようにする（p.24）」。
④「数量の関係を方程式で表すことができれば，形式的に変形して解を求めることができる」といった数学的な表現や処理のよさ（p.8）」を理解する。
⑤「方程式を解くことなどの技能を学ぶ際には，その手続きの基に原理・原則があること，原理・原則をうまく使って数学的な処理の仕方が考え出されることを理解する（p.18）」。
⑥「方程式について理解し，一元一次方程式（この部分は，2年次には二元一次連立方程式，3年次には一元二次方程式に置き換わって示されている）を用いて考察することができるようにする（p.45）」。

このように示された意義や目的に関する指導及び生徒の理解は教室ではどのように実現されているだろうか。これまでの筆者の実践，授業参観で見聞きしたこと，参加した研究会等での報告を整理すると以下のようになる。

①について，
1）逆算に頼らなくても，未知数を文字で表し，立式できること
2）式を機械的操作により同値変形し，解を求めること

3）逆算による解法よりも，容易であること

については重点的に指導がなされ，これらのことについては生徒の理解の様子も確認されている。しかし，「未知数を文字で表す」という方程式による解法に潜む本質的な意味である，まだ分かっていないことを分かったものと仮定して，与えられた事象について検討・考察する本来の意味の解析 analysis という考えについての指導はほとんどなされておらず，従って生徒も学習していないといえる。

②について，

1）数量関係を文字を用いて立式できること

2）数量関係を簡潔に表現すること

については重点的に指導がなされているといえるが，

3）式の意味を読み取ったり解釈すること

については授業の中で取り上げられることは多くはなく，結果として授業では，方程式を用いて問題を解く活動に重心が置かれ，立式から解法までの活動についての考察する機会は与えられていないという現状が窺える。従って生徒は，方程式を解くということについての操作は行えるようになっているが，そこで行われている操作によって生み出される式や式変形された式の意味について理解しているとはいえないと考えられる。

③については，教師も意識的に取り組み，重点的に指導がなされていて，生徒の達成度も高いといえる。

④については，方程式による解法が逆算による解法よりも簡便という意味で経験的に理解されてはいるが，analysis としての意味的理解はなされていないといえる。

⑤について，

1）移項は等式の性質に従っている

2）移項をはじめとする式変形は，等式の性質に従っている

については授業で積極的に取り上げられ，教師も意識的に指導しているが，一度取り上げられた後は，式変形の意味には立ち返らず，式変形の正確な操作がなされることに重点が置かれている。また，

3）教科書では，等式の性質は天秤による比喩として説明される

については，天秤の比喩によって生徒に納得はさせているものの，本来的には，

4）Euclid 原論では等式の性質は公理として示され，証明の対象になっていない

こと，即ち，論証の対象とならない命題であることについては触れられていない。また，移項や式変形の学習が一般化され，

5）原理・原則をうまく使って数学的な処理の仕方が考え出されることを理解する

までには至っていないというのが一般的といえる。多くの教師は，この点についての重要性は理解するものの，授業での比重の置き方は高くないといえる。

⑥については，教師も意識的に取り組み，重点的に指導がなされているといえるが，方程式を用いて考察することができるようになっているかどうかについての生徒の習熟はばらついていて，結果として教師の努力目標の段階にあるといえる。

以上が，筆者がこれまで関わってきた数学教師たちから得た情報に基づく数学教室の現状である。端的にいうならば，方程式を利用して問題を解くことについては重点を置いて指導するが，その根拠となる背景や本質的な意味，及び式変形の持つ意味についての指導は不十分となっている現状が見えてくる。

2.2. 方程式の単元における問題の扱い

中学校数学の一元一次方程式（1 年次）や二元一次連立方程式（2 年次）の単元では，小学校でも扱われる文章題が取り上げられることも多い。次頁の図 2.2.1 は，数研出版版中学校数学 1[5] に掲載された過不足算の問題である。

まず「考え方」として，問題で示された事象をテープ図（ここでは線分図とテープ図の違いは意識されておらず，線分図として意識されたテープ図が使われている）によって示し，「解答」の立式された 2 つの方程式の根拠を示唆する。欄外には，どの量を等号で結ぶかについてのアドヴァイスが示されている。次に解答では，「考え方」に従って立式された一次方程式を示し，移項および等式の性質に従った式変形の後，未知数 x としておいた数値（ここでは子どもの人数）を求め，最後に子どもの人数をもとに，みかんの個数を求めている。そして得られた解の妥当性を吟味している。欄外には，みかんの個数は，立式された等式の左辺に代入するだけでなく，右辺に代入しても求められることが示唆されている。

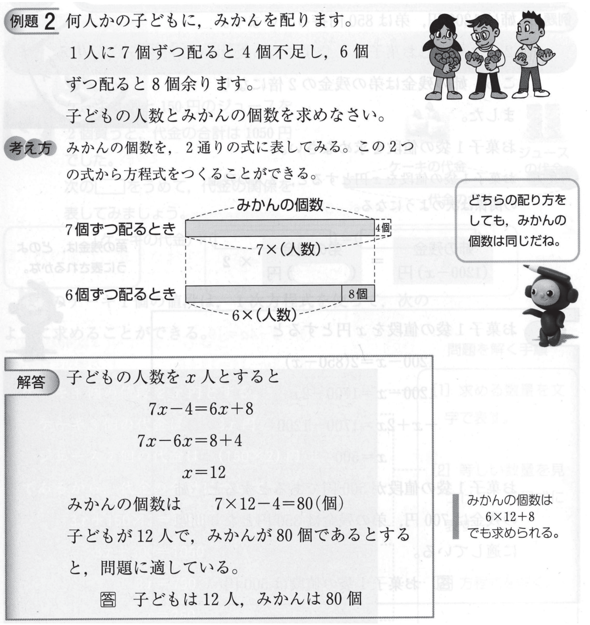

図 2.2.1　一次方程式の単元の事例

ここに示された解答は，中学校 1 年の一元一次方程式の単元の内容としては，ごく一般的な記述となっている。この解答の特徴を挙げると，教科書の限定された紙面の都合からやむを得ないという事情も理解できるが，

1）ここで使われた図は，立式を目的としてのみ使われている
2）図は，問題に示された事象から数値関係を取り出して示したものとなっている
3）式変形は等式の性質に従っているが，変形の操作が示されているのみである
4）得た解は，吟味する
5）欄外の注釈は，「解を求めるための注意」に限定されている

となる。

このような教科書を用いた数学の教室では，生徒は何に留意するであろうか。

1）問題で示された事象を正確に式に表すために，必要であれば図を活用すること
2）等号で結ばれる量は何かを確認すること
3）式変形を正確に行うこと
4）得られた答えの妥当性を吟味すること

については注意を払い実行しようとするだろう。しかしそれらは解法の手順の正しい履行に過ぎず，解法の手順ひとつひとつの意味の検討はなされないのではないか。結果として，教科書の記述はこの本に従って学習する生徒に意味的理解を促しはせず，生徒の意味的理解の有無は，指導に当たる教師の意識に依存することとなる。

2.3. 文章題に対する方程式の解法過程と図表表現の関係

鶴亀算や過不足算のような和算を取り扱ってきた数学は，奈良時代に作られた大宝律令で定められた大学寮算道[註1)] の教科書として『九章算術』[註2)] などの中国の算術書が用いられたことが遠因と言えるが，江戸時代に発刊され当時の一般市民の子弟が寺子屋で学ぶ際の教科書にもなった吉田光由著『塵劫記』[註3)] の影響が強いと考えられ，現在でも文章題として取り上げられている。以下，鶴亀算と過不足算について，一般的に指導されていると考えられる線分図による解法，面積図による解法を示す。次に，鶴亀算と過不足算について解法の一般化を図り，それぞれの問題構造を明らかにする。最後にこれらの問題構造を示す図表が，方程式による解法におけるそれぞれの段階における式変形の意味を表していることを示す。

[1] 鶴亀算の分析と図による解法

鶴亀算[註4)] は，元の問題は「雉兎同籠」といい，次のような問題である。

大きな籠に入っている雉子と兎があり，上から見ると頭の総数が 35 頭，下を覗くと足の数は合計 94 本であるとき，雉子と兎の数はそれぞれ如何ほどかを問う。

①　線分図による解法①

図 2.3.1 のように，問題で表された事象を表すことができる。ここでのアイデアは，籠の中にいる動物は，すべて 4 本足の兎だと仮定したときの足の総数と，実際の足の本数との差が，兎と雉子の足の差 2 本と雉子の頭数と等しいと考える点にある。

②　線分図による解法②

問題に示された事象は，図 2.3.2 のようにも表すことができる。ここでのアイデアは，籠の中にいる動物は，すべて 2 本足の雉子だと仮定したときの足の総数と，実際の足の本数との差が，兎と雉子の足の差 2 本と兎の頭数と等しいと考える点にある。

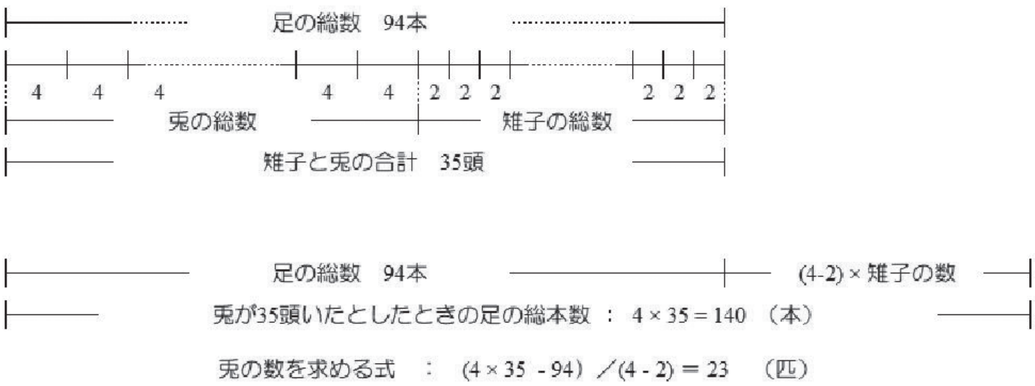

図 2.3.1 鶴亀算（雉兎同籠）の線分図による解法①

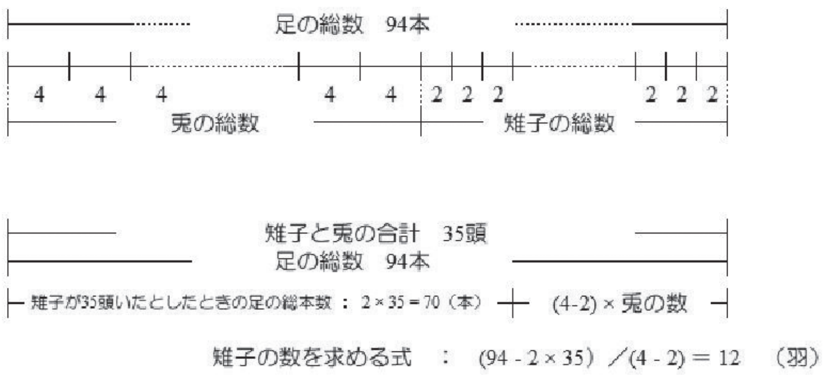

図 2.3.2 鶴亀算（雉兎同籠）の線分図による解法②

③　面積図による解法①及び②

面積図を用いても，図 2.3.3 のように，問題に示された事象を表すことができる。ここでのアイデアは，籠の中にいる動物は，すべて 4 本足の兎だと仮定したときの足の総数と，実際の足の本数との差が，兎と雉子の足の差 2 本と雉子の頭数と等しいと考える点にある。これをすべて 4 本足の兎だと仮定したときの足の総数と，実際の足の本数との差が，兎と雉子の足の差 2 本と雉子の頭数と等しいと考えると，図 2.3.4 となる。

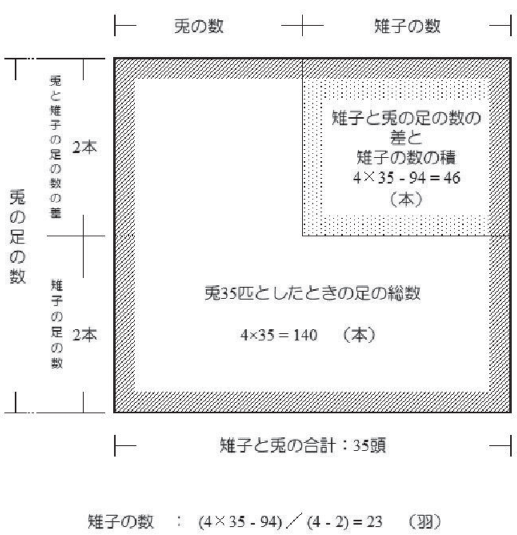

図 2.3.3　面積図による解法①

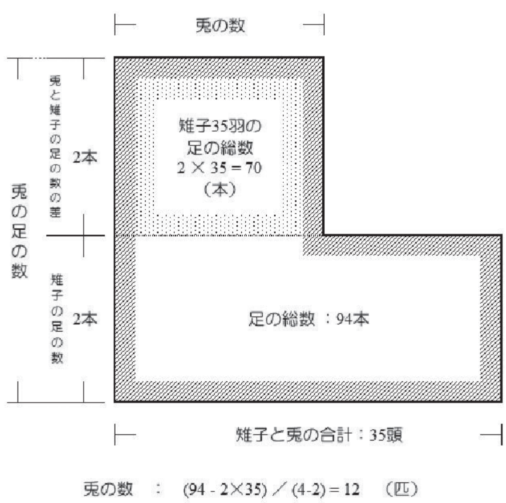

図 2.3.4　面積図による解法②

④　面積図による解法の一般化

これまで見てきたように，鶴亀算は，線分図でも面積図でも問題に示された事象を表すことができる。

一般に，兎と雉子の頭の合計を a 頭，雉子と兎の足の合計を b 本としたとき，図 2.3.5 のように表すことができる。

雉子の足の本数は，$4a - b$ なので，

これを兎と雉子の足の差（4 − 2）で割ると

雉子の頭数 $\dfrac{b - 2a}{4 - 2}$（羽）を得る。

また，兎に注目するならば，すべてを兎と考えたときの足の数 $4a$ と実際の本の数差 $(4a - b)$ を，兎と雉子の足の差（4 − 2）で割ると，兎の頭数 $\dfrac{b - 2a}{4 - 2}$（匹）を得る。

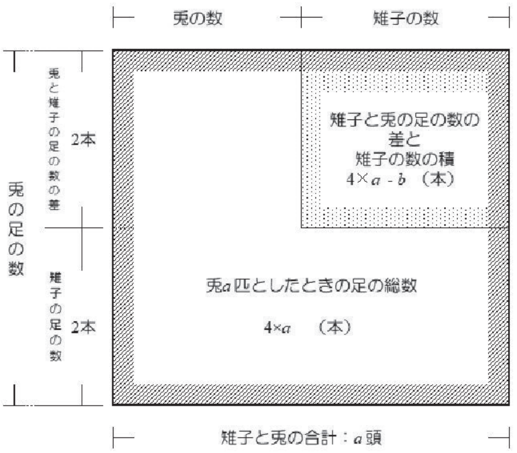

図 2.3.5　一般化された面積図による解法

⑤　④の問題場面を方程式で解く

雉子の頭数を x 頭とおくと，兎の頭数は $(a - x)$ 頭となる。

よって，$2x + 4(a - x) = b$　これを解いて，

$x = \dfrac{b - 4a}{4 - 2}$ を得る。

同様に，兎の頭数を x 頭とおくと，雉子の頭数は $(a - x)$ 頭となる。

よって，$4x + 2(a - x) = b$　これを解いて，

$x = \dfrac{b - 2a}{4 - 2}$ を得る。

以上から，鶴亀算（雉兎同籠）においては，線分図，面積図の何れの図による解法においても，そこから導かれる式は方程式を立式したときと同一の式となる。このことから，方程式による解法の過程で示されるそれぞれの式の意味は，常に線分図や面積図を用いて，その都度意味を考えながら解いた場合と対応させられることが分かる。

[2] 過不足算の分析と図による解法

塵劫記の中には，旅人算[註5)] や油分け算[註6)] 等現在の算数の文章題につながる問題がしばしば見られる。その他にも，寛永 18 年版の三巻本『新編塵劫記』第三巻第十「きぬぬす人をしる事」には，次のような問題が示されている [6)]（以下現代語表記)。「盗人算」と言われているが，現在の分類からすると，過不足算に当たる。

「盗人たちは，盗んだ布を 8 反ずつ分ければ 7 反足りず，7 反ずつ分ければ 8 反余る。盗人の人数と布の数が何反かを求めよ。」

(1)　図表を用いた盗人算の解法

①　塵劫記に記載されている解

塵劫記に記載されている解答は，以下の一文のみとある。

「盗賊は 8 足す 7 で 15 人。反物は 15 人掛ける 8 反に 7 反足りないから 113 反」

吉田光由がどのように考えて，上記の一文を解としたかについては諸説あるが，面積図を使って考えたのではないかという説もある [7)]。それというのも，問題にある事象は，面積図を使って示すと図 2.3.6 のようになる。即ち，盗賊の人数は，余り分の 8 反と不足分の 7 反を一人ずつ配ると丁度収まるように作問されているからである。しかし，本当のところは不明である。

図 2.3.6　塵劫記の解法の想像図

②［解 1］線分図の利用による解法

盗人に，7 反ずつ配ると，8 反余り，8 反ずつ配ると，7 反余るということは，二通りの配り方では，一人あたり，(8 − 7）反 ＝ 1 反の差がある。よって，まず，7 反ずつ配ったときの余りの 8 反は，各盗人が 8 反配られたときの差に分け尽くされなければならない。また，8 反ずつ配ったときの不足分 7 反も，各盗人が 8 反配られたときの差に分け尽くされなければならない。図示すると，図 2.3.7 のようになる。

よって，盗人の人数は，$\dfrac{8+7}{8-7} = 15$ （人）となる。

また，布の数は，7 × 15 ＋ 8 ＝ 113（反）となる。

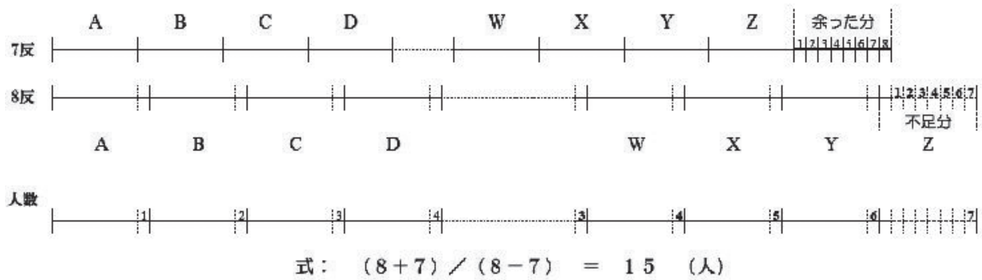

図 2.3.7　盗人算の線分図による解法

③［解 2］面積図の利用による解法

7 反ずつ分けたら 8 反余り，8 反ずつ分けたら 7 反不足したということは，7 反ずつ分けたときに余った 8 反が，8 反ずつ配ったときにはもらい手がいると言うことなので，盗人は，少なくとも 8 人は居ることになる。また，8 反ずつ配ったときに，既に 8 反目をもらった盗人以外に，7 反しかもらっていない人，即ち，不足分 7 反が配布予定の盗人が 7 人居ることになる。よって，盗人は，7 ＋ 8 ＝ 15 人ということになる（図 2.3.8)。

(このとき布は反)

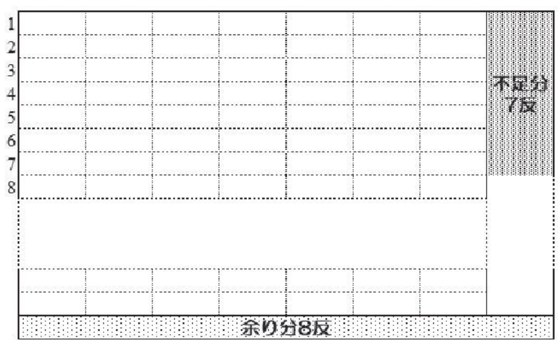

図 2.3.8　盗人算の面積図による解法

⑵　方程式による解法

盗人の人数を x とおくと，$8x - 7 = 7x + 8$ … ①。これを解いて，$x = 15$（人）を得る。

この解法を，もう少し詳しく見ていくと，

①式は，$x = \dfrac{8+7}{8-7} = 15$ となる。

⑶　盗人算の分析と解法の一般化

盗人算の問題を一般化すると以下のようになる。「盗人たちは，盗んだ布を a 反ずつ分ければ b 反足りず，c 反ずつ分ければ d 反余る。盗人の人数と布の数が何反かを求めよ。」

この場合，図 2.3.9 の様に，一人の盗人に複数枚の差（$a-c$）が配られるが，差（$a-c$）の倍数だけ丁度余るかあるいは不足する場合が考えられる。

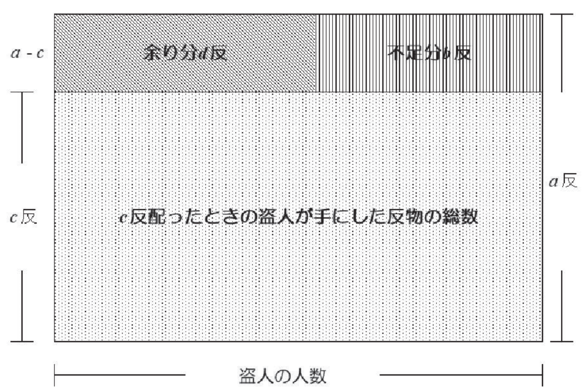

図 2.3.9　盗人算の面積図による一般化

　このとき，盗人の人数は，$x = \dfrac{b + d}{a - \mathrm{c}}$　（人）

となる。

　即ち，余りの分と不足分はそれぞれの配布枚数の差（$a - c$）の整数倍となる。

　しかし，余りの分と不足の分が常にそれぞれの配布枚数の差($a - c$)の整数倍となる訳ではなく，例えば，下の２つの場合（図 2.3.10，図 2.3.11）が考えられる。ただし，どちらの場合も，余りの分と不足分の和は，それぞれの配布枚数の差（$a - c$）の盗人の人数倍と等しくなってる。

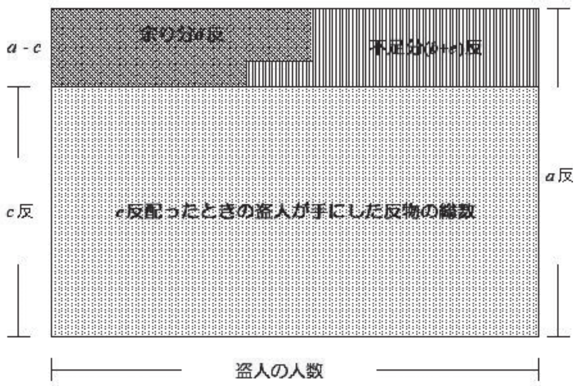

図 2.3.10　盗人算の分析図①

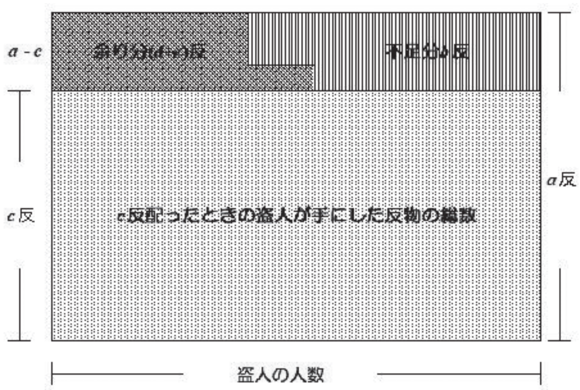

図 2.3.11 盗人算の分析図②

　これらの場合は，いずれも，先の場合と同じように，盗人の人数は

$x = \dfrac{b + d}{a - \mathrm{c}}$，（人）

で求められることになる。

　それでは，余りの分と不足分の和が，それぞれの配布枚数の差（$a - c$）の盗人の人数倍と等しくなっていない場合はあるだろうか。即ち，図 2.3.12 の場合である。結論から言うと，この場合は起こりえない。なぜならば，反物は２通りの配布の仕方のいずれにおいても，盗人全員に同じ枚数だけ配布するからである。

　右図で $e \neq 0$ の場合，盗人の中には，他の盗人よりももらう枚数が少ない者が生じてしまう。

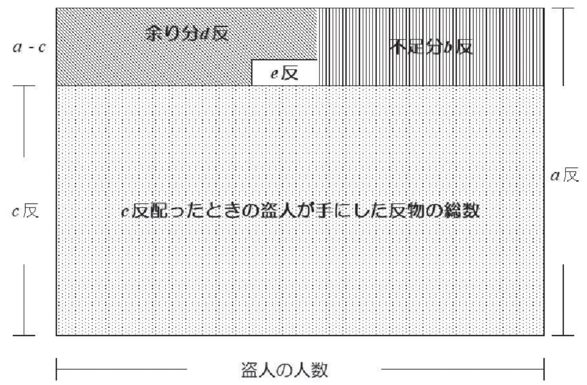

図 2.3.12　盗人算の分析図③

　以上から「盗人算」は図 2.3.10 ～図 2.3.12 のいずれかの構造となり，盗人を求める式はいずれも

$x = \dfrac{b + d}{a - \mathrm{c}}$

で与えられることになる。この式は，⑵方程式による解法で示された式と同一である。

　以上の考察から，着眼点の異なる解法に基づく線分図や面積図であっても，それらによる鶴亀算や過不足算の解法と一次方程式の解法における等式の変形による操作と対応することが分かる。このことは，等式の性質の適用という機械的操作の意味を，線分図や面積図が与えてくれることを意味している。

３．代数領域に関する国からの要請

3.1. 国の調査結果での問題点克服に寄与する図の活用

　国立教育政策研究所は，毎年全国学力学習状況調査の分析結果を公表しているが，2012 年には過去４年間の結果を通した分析結果を報告している [8)]。そこでは，学力調査結果を，「過去４年間の調査において，同じような趣旨の下に複数年度にわたって出題し，正答率がおおむね 80% を上回る内容を，一定の成果が認められるものと捉えることとして」おり，

　①　方程式における移項の意味を理解すること

　②　方程式をつくって問題を解決するために数

量の関係を捉えて2通りに表せる数量に着目すること

③ 数学的に表現したり，数学的に表現されたものの意味を読み取ったりすること

④ 予想した事柄を数学的な表現を用いて説明すること（事実・事柄の説明）

⑤ 問題解決の方法を数学的な表現を用いて説明すること（方法の説明）

⑥ 事柄が成り立つ理由を説明すること（理由の説明）

⑦ 関係や法則などを式に表現したり，式の意味を読み取ったりすること

については，課題として指摘している。

ここに示された指摘は，問題に示された事象をどのように数学化していくかという点に課題があるということにあるといえる。この中で②〜⑦については，中学校数学のみならず，小学校算数でも取り組んできていることである。しかし，現時点ではその取り組みが不十分だという指摘にも取ることができよう。文章題を解き，解法について説明するということは，その指摘に応える活動といえるのではないか。問題解決場面において，図を活用しながら解いていくという行為は，後述する植阪や花形，井口の指摘する，事象を数学化する過程で図を活用するという行為によって，改善が図られるのではないかというように思われる。

3.2. 算数科における図形・文章問題数増加の要請

文部科学省は，平成18年度から19年度にかけて，委嘱事業として「教科書の改善・充実に関する研究事業」を実施し，報告書としてまとめた[9]。そこには，現行教科書における改善・充実が望まれる点や，現行教科書の改善・充実の方向性や方策についての調査研究結果がまとめられている。その中で，委員の一人である芳沢光雄は，考えて説明する力を育む教育の重視が指摘されていたにもかかわらず，「その方面の力を養成するために重要な図形・文章問題の数は，小4〜小6の算数教科書で昭和43年と現行のそれらで比べると，約1,300題から約300題へ激減している。この分野での問題数の増加は緊要の課題である。」と指摘している。

この激減の理由はどこにあるだろうか。筆者は，その理由の一つが昭和43年告示（高等学校は昭和44年告示）の学習指導要領に示された数学教育現代化に伴う，数学科の内容の現代数学化と学習内容の抽象化であり，今ひとつが，M. Kleinの著書に代表される「数学教育現代化の失敗 —ジョニーはなぜたし算ができないか[10]」にあるような数学教育現代化の「失敗」の反省に基づく内容精選（それは昭和52年告示（高等学校は昭和53年告示）の学習指導要領に見られる「基礎基本に返れ」のスローガンに基づく）だと考える。

戦後我が国の算数・数学教育の目標は，表現こそ違え,連綿と続いていているのは「日常の事象」から出発して，学習したことが「日常の事象」に反映させる点である。線分図や面積図が小学校6年生の教科書の本文に掲載されていた系統学習時代においても，数学教育現代化時代においても，そして平成29年告示の新学習指導要領においても同様である。教育目標が変わらないのに，扱いに変化が生じた理由は何か。

昭和43年に出された答申，「中学校教育課程の改善について」には，数学教育の目標として，「現代における数学や数学教育の発展を考慮して，数量，図形などに関する基礎的な概念や原理・法則をじゅうぶんに理解できるようにし，数学的な考え方がいっそう育成されるようにするとともに，それが積極的に活用されるように明確にすること。」と示され，前年に出された，「小学校の教育課程の改善について」にも同様の趣旨のことが示されている。更にここには，「内容については基本的事項を精選して，数量や図形に関する基礎的な概念や原理の指導がいっそう徹底するようにすること」としながら，「数学の進歩に応じ，集合，関数，確率などの小学校としては新しい概念を導入し,算数教育の現代化にふさわしい改善を行う」ことが示されている[11]。即ち，ここで述べられている基本的事項，基礎的概念とは，現代数学の公理論的な立場における基本であり基礎であることが読み取れる。芹沢の指摘する重要な図形・文章問題等の激減の背景の一つにはこのような事情があると考えることができる。

それは，昭和44年に数学教育現代化の周知を図るために文部省より発行された「中学校新しい数学教育－数学教育現代化講座指導資料－」に，「従来の数学教育が，ややもすると必要以上に計算練習に時間をかけすぎているきらいがあったとしても，けだしやむをえないことであったといえ

よう」と，当時の数学教育に対する質的変更を要請する記述があるからである。同書には，この記述に続き，Euclid 幾何やそれに基づく数学教育の構成からの脱却と公理論的方法への転換が記されている。これにより，「日常」も，児童・生徒にとっての「日常生活」から，児童・生徒が暮らす生活から抽出される「日常事象」に焦点が質的に転換したとみることができる。ここに，文章題を図表を用いて丁寧に考える取り組みが，集合，関数をはじめとする公理論的数学に置き換えられていったとみることができる。

また，昭和 51 年になされた答申，「小学校，中学校及び高等学校の教育課程の基準の改善について」では，算数・数学科の改善ついて，「内容の程度，分量及び取り扱いが一層適切になるよう基本的な事項に精選する」と示され，小中高を通して，学習内容の削減が謳われた [12)]。昭和 52 年告示の学習指導要領に基づいた中学校指導書数学編（p. 1）には，教育課程審議会答申における「算数・数学における改善の基本方針」として，①基本的な内容に精選する，②（数学教育現代化によって）新しく取り入れられた内容については（中略）本来の趣旨に合うように改める，③発展的に取り扱われている内容については不必要な重複や深入りを避ける，④基礎的な知識の習得や基礎的な技能の習熟を重視する，ことが謳われた。これは，数学教育現代化によってもたらされたと考えられる数学の内容に関する高度な抽象化や難解さに対して改善を考え，扱う内容は基本的な内容へ回帰させることを目指したと解釈できる。この過程で，基本的な内容のみに焦点が当てられ，工夫して考えるなど思考を要する文章題のような題材は復活できなかったと考えられる。実際教科書からは，複雑な文章題は姿を消したままとなった。

3.3. 系統学習時代の算数科の目標と文章題解決の意味

昭和 35 年発行の小学校算数指導書には，算数科の目標として 5 つの目標を設定してした [13)]。目標 1 では，「より進んだ数学的な考え方や処理の仕方を生み出すことができる」ことを謳い，目標 2 では，「目的に応じ」知識技能を活用することが謳われ，目標 3 では「具体的なことがらや関係」を「簡潔明瞭に表したり考えたりすること」が謳われ，目標 4 では，「数量的なことがらや関係について，適切な見通しを立てたり筋道を立てて考えたり」できる能力の育成が謳われ，目標 5 では「数学的な考え方や処理の仕方を，進んで日常の生活に活かす」ことが謳われている。特に目標 5 では，「実際の問題の処理」が掲げられていることから，これらの目標の達成の場の一つに，文章題があると理解できる。

また，目標 1 と目標 5 には「数学的考え方」という用語が出てくる。この「数学的考え方」は，目標 1 では，子どもが自らの力によって，それまで経験したことを統合し，発展させていけるような態度を指し，ここで経験し身につけた態度は，中学校数学での学習に引き継がれていくことが想定されており，目標 5 では，日常の生活における問題の処理や生活の改善に進んで活用できるように，実際的な問題の処理を通して，数学的な考え方を伸ばし育てていくことを想定していることが覗える。この「実際的な問題の処理」が，日常事象を題材とした文章題に現れているといえ，文章題の重要性は当時の教科書の本文にも，面積図や線分図を用いた問題解決の過程が示されていたことにも現れている。系統学習時代の小学校算数科教科書では，文章題として，鶴亀算，旅人算，仕事算等が取り扱われてきた。当時の教科書をみると，各社とも本文の中で，状況図（図 3.3.1），線分図（図 3.3.2），面積図（図 3.3.3）の活用による問題解決が示されていたことにも現れている。

当時の学習について，算数・数学教育の専門家は，「文章問題を解くこと」に関して次のように述べている。

戸田清は，人の視野には広狭の差があり，「一つの全体」として事象を捉えうる力の限度，即ち「焦点化」する力は人毎に異なることから，「この相対的な意味を持つ『全体』学習であることがその効果を上げるうえには大切な用件である」にもかかわらず，単元学習では焦点の分散が起こっていて，学習効果が削減されてしまった点を指摘する [14)]。この点について岩崎秀樹は，系統学習時代の問題解決は，児童・生徒の基礎学力の向上に重心が移行させることに従い，「生活単元学習で広範な方法論的意味を備えていた問題解決は，系統学習で文章題解決という狭い内容的意味に変容し，絞り込まれることになる」と別の視点から指摘している [15)] が，これは戸田の指摘と表裏の関

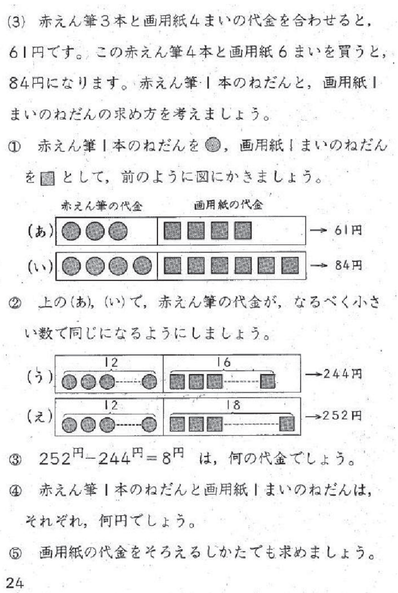

図 3.3.1 状態図[18)]

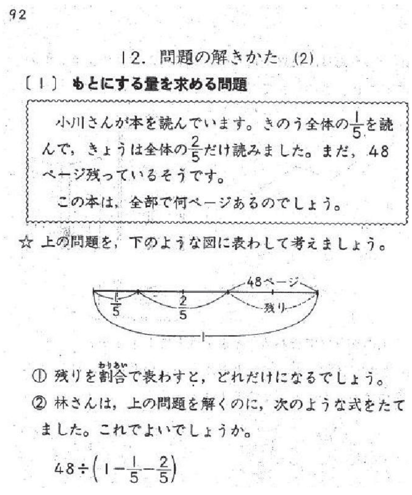

図 3.3.2 線分図[19)]

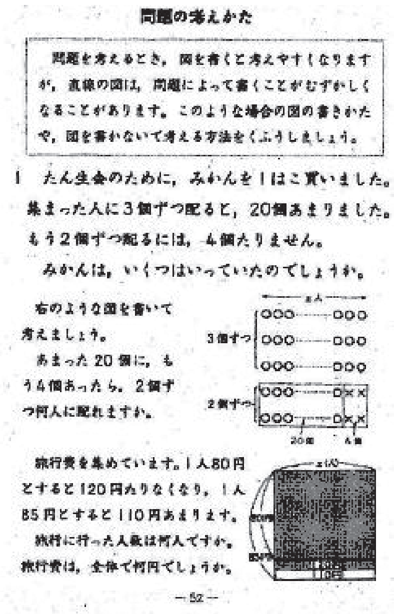

図 3.3.3 面積図[20)]

係にあるといえる。算数・数学教育も児童・生徒の人格の完成を目指すことを考え見るならば，生活単元学習から系統学習への移行は，教育の目的の集中化といえる一方，日常生活から学習内容への重点移行という見方も可能だといえる。

戸田は，文章題の解法に関する特徴として，他人の与えた表現を自己の表現に改め，他律的な問題を自立的な問題として捉え直す過程が含まれていることを指摘する[16)]。

問題に明示された量から，何段階かの途中段階を経て，求められた量に達する過程で，問題には明示されてはいないが，解法の段階を経ることで姿を見せる量があり，これを問題解決に必要な量かどうかを判断するのは，解法者による恣意の自由性による。これら何段階かの間に顔を出す量毎の関係の仕方を把握し（「関係した量の間の関係位数」の把握），解法の筋道を立てること（「その関係の算法化」）で問題解決が完遂できることになるが，この点こそが思考指導としての数学科における使命という[17)]。

前田隆一は，文章題を解く過程とは，「問題の解決は，問題の場の分析のたどる方向と，問題の目標の分析から逆にたどる方向とが，あるところで短絡する瞬間に，場が解決可能な形に再構成されることによって成立する」と分析し，このような場の再構成の段階では，問題解決に当たる者は観点の変更を引き起こすが，観点の変更には，「数理の持つ意味を多面的に理解しうるような心的態度が培われていること」が要求されると主張する[21)]。即ち前田の主張を換言するならば，よき問題解決者となるためには，数理を多面的に理解考察することを可能にするような経験や学習が不可欠で，これらの経験や学習が文章題の解法に携わる意義であるということになろう。

昭和 33 年の学習指導要領編纂に関わった川口廷は，文章題解決過程で現れる思考活動について言及する[22)]。特に「問題を理解する段階（問題の分析[註7)]・統合場面）」では，関係把握の思考活動が重要となり，全体的把握と一般的把握の 2 面の相を分けて考える必要性を主張する。全体把握とは，「分離された数量群の中から目標とする数量の大きさを決定するに必要なものだけを，もらさずとらえて，それを一つの関係に組織化すること」で，一般把握とは，「解き方の観点や方針を立てるということは，具体的な数値が得られない先に，筋道を立てること」で，数値を抜いたことばによる表現につながる。つまり川口は，「ことばの式は，すなわち，数量関係の一般的把握にほかならない」という。よって，問題解決では，数量関係の一般把握，即ち，言葉で表現したり，線分図などの図によって表現することが重要となる。

中野昇は，文章題を解くとことの意義として，倍数算，年齢算の解法を例にして，「『変化の中で

不変なものを見つけ出す』思考の仕方や,『おきかえ』の工夫が問題解決の中心的役割を果たしていることが分かる。この２つの思考の型，思考の進め方は，数学的なものの見方，考え方の中でも特に重要なものである」と指摘する[23]。

原弘道は，系統学習時代に比べると既に教科書に掲載されている「文章題」がかなり減ってきた1980年の時点で,「文章題学習のねらいが思考力の育成にある以上は，いろいろな方法で考えさせることが必要である」と指摘した上で，小学校１年生から６年生までの各学年で，文章題によって学ぶ事柄について整理している[24]。

文部省教科調査官として系統学習時代の学習指導要領の編纂を担当した中島健三は,「数学的考え方」の育成とは,「算数・数学にふさわしい創造的な活動が自主的にできるようにすること」[25]だと言う。そして「創造的」とは,「既習の知識や習慣的な方法だけでは処理できない，何か新しいもの，より進んだものを探り当て考え出すことが要求されてい」て,「より簡潔にしたい，より明確にしたい，より統合されたものにしたい」というような要求の基に取り組み,「不都合があったら，なんとか工夫改善しなければ気がおさまらないという心情にかられて構成される」ものだと主張する。その上で,「このような心情が子どもの中に育っており，それをもとにして課題がとらえられていて，はじめて，刺繍的な創造活動が起こり，それをどこまでも追求しようとする態度ができるといってよかろう。」と述べる[26]。この中島の主張は，子どもの成長，それを見極める教師の目，そして子どもが解決したいと感じる課題がそろっていることの重要性と読むことができる。筆者自身の小学校時代の算数の授業を振り返ってみても，このようなこどもの活動の場の一つとして，文章題解決が提供されたと理解できる。

４．方程式の学習の予備学習としての文章題学習

4.1. 方程式の学習における課題

与えられたルールに従って正しく操作ができることは，学習の様々な分野で要求される。算数・数学教育においても，四則計算が正しく行えることは小学校１年生にも要求しているし，中学校１年生に要求する等式の性質の正しい適用も同様である。量皿が釣り合う天秤の比喩によって納得させられる等式の性質は，古代ギリシアでは論証の前提となる公理として位置づけられた。特に代数領域の学習では，立式後の解法は，正確な形式的操作によって遂行される。この操作的な正しさが解を保証してくれることこそ，数学の大きな進歩に貢献した。

しかし方程式の学習場面においてはどうだろうか。生徒は立式された式（あるいは与えられた方程式）に対して等式の性質を適用し，解を得る。解が正しいかどうかの確認は，元の式の左右両辺にそれぞれ解として求めた値を代入することでなされ，それらの結果が一致すれば解は正しいと判定する。しかしこの過程で，等式の性質の適用場面に焦点を当てるとするとどうなるだろうか。式変形の過程で，その都度導かれた式が正しいかどうかは，等式の性質が正しく適用されたかどうかだけが判断基準となる。操作結果が正しくとも，操作によって生み出された式が持つ意味を与えてはくれない。R. R. Skempは，算数・数学学習における理解を，規則を正しく適用できる状態である道具的理解段階と，自らの行為に対して意味的理解をともなって正しく遂行できる状態にある関係的理解段階に分けて分析し，道具的理解よりも関係的理解の重要性を主張した[27]。Skempに従えば，ただルールを正しく適用するだけの式変形は，関係的理解を生み出さないことになる。

しかしこれまで見てきたように，もし小学校段階で線分図や面積図といった図表を活用して問題を考察することができるようになっていれば，中学１年生の一次方程式の学習において，等式の変形によって生み出されたそれぞれの段階での式の意味を図表をもとに見いだすことを可能とする。意味的理解をともなう学習は，学習の過程で意味の確認を行えるので，間違いを減らすことが可能となるし，また意味的理解それ自体が学習の動機付けとなり得るので学習を促進する可能性を生む。従って，中学校の方程式の学習の前に，線分図や面積図を活用した学習に習熟できていることは，中学校での方程式の学習をより確かなものにする可能性を持つといえる。

4.2. 関係的理解を目指す方程式の学習（導入から３時間）の提案

一次方程式の式変形において，関係的理解を目指す導入３時間の構成を以下のように考えた。３時間の方針は以下の通りである。

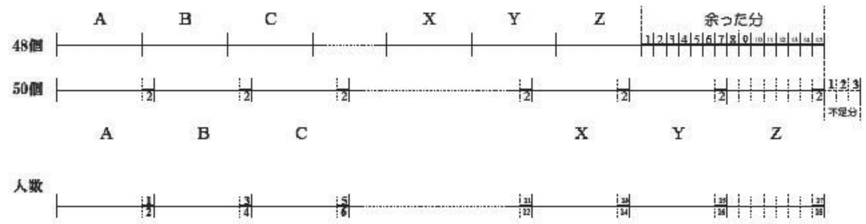

図 4.2.1　線分図

① 算数科で扱う文章題を与え，線分図や面積図を用いて逆算の考え方で解く
② 判っていないことを文字で置き，方程式を立式してから解く（解析 analysis の考えについての理解）
③ ①と②の解法の比較を通し，等式の性質を利用した解法の意味を知る

⑴ 当初の授業計画:第１時限目「文章題を解く」

現在は，小学校でも未知数 x を用いて解かせるようになっているが[註8)]，文字 x を用いず，線分図，面積図を使って解くよう指示する。

［問題］「あめを缶に詰めます。1 缶に 48 個ずつ詰めるとあめは 15 個残ります。こんどは，1 缶に 50 個ずつ詰めかえると，最後の 1 缶は，47 個になります。あめは，全部で何個ありますか。」[28)]

① 線分図による解法

問題に示された事象を線分図に表すと，下の図 4.2.1 のようになる。

一缶に 50 個詰めるためには更に，余った分の 15 個と不足分の 3 個の合計（15 ＋ 3）＝ 18 個必要なので，求める缶の数は，

$\dfrac{15 + 3}{50 - 48} = 9$　（缶）となる。

よって飴の総数は，50 × 9 － 3 ＝ 447（個）となる。

② 面積図による解法

問題に示された事象を面積図に表すと，右図 4.2.2 のようになる。

一缶に 50 個詰めるためには，更に（15 ＋ 3）＝ 18 個必要なので，求める缶の数は，

$\dfrac{15 + 3}{50 - 48} = 9$　（缶）となる。よって飴の総数は，

50 × 9 － 3 ＝ 447（個）となる。

③ 未知数 x を用いた立式と等式の性質を利用した解法

缶の数を x と置くと，$48x + 15 = 50x - 3$

1) この式の解き方の検討（「移項」が未習なので，「移項」を理解させる）

x を含む式が等号の左右にあるのをまとめるにはどうするか。

左辺を見ると，x を含まない 15 がある。右辺を見ると，x を含まない -3 がある。

x を含む式は，右辺の方が大きいので，右辺の -3 の処置を考える。

⇒ 両辺に 3 を加えれば，$48x + 15 + 3 = 50x - 3 + 3$ となるので，$48x + 15 + 3 = 50x$ となり，右辺は x を含む式だけになる。

それでは，左辺にある x を含む式をなくすにはどうすれば良いか。

⇒ 両辺から，$48x$ を引くと良いのではないか。実際，$48x + 18 - 48x = 50x - 48x$ となり，$18 = 2x$ で，左辺は数のみのなる。この式を満たす x は 9。よって缶の数は 9 缶。

故に，飴の総数は，$50x - 3 = 450 - 3 = 447$（個）となる。

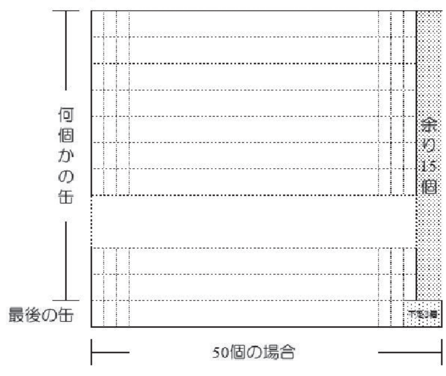

図 4.2.2　面積図

2）確認事項

・まだ分かってないものを未知数 x で置いても問題で示された事象を式表現できれば，等式を作ることができ，立式できれば機械化的に解を求めることができる。

・この解析 Analysis という考え方は人類の大発明であることを確認する。

・小学校算数科では，4年次に，「数量を□，△などを用いて表し，その関係を式に表したり，□，△などに数を当てはめて調べたりすることを指導している。」6年次には，「数量を表す言葉や□，△などの代わりに，a，x などの文字を用いて式に表し，文字の使用に次第に慣れることができるようにする。」とあるので，中学1年次には，文字式を日常経験（天秤モデル）に従って変形することが求められる。この経験は，「等式の性質」として整理される。

・式変形に当たり，意味を考えなくても，等式の関係について検討するだけで，解にたどり着くことができる点を確認する。

⑵　当初の授業計画：第2時間目「等式の変形」

①前時の解法と用いた図についての確認（内容は上述の通り）

②未知数 x を用いた解法②

飴の総数を x と置くと，$\dfrac{x-15}{48}=\dfrac{x+3}{50}$

これを解いて，$50(x-15)=48(x+3)$

$\therefore 50x-750=48x+144$

$\therefore 2x=894$

$\therefore x=447$

よって飴の総数は，447（個）

1）確認事項

飴の総数と缶の数が分かっていないが，どちらを未知数 x で置いても問題で示された事象を正しく式表現できれば，答えを求めることができる。

⑶　当初の授業計画：第3時間目「図による算数の解法と方程式による解法の比較」

線分図による解法では，⑵ [1] ①で示したように，$\dfrac{15+3}{50-48}=9$ という式により，解を得る。

面積図による解法でも，⑵ [1] ②で示したように同様の式により解を得る。

以上のことから，線分図と面積図による解法は，一次方程式で解ける問題については，同じ構造を持つものということがいえる。

一方，方程式による解法では，③缶の数を x と置くと，$48x+15=50x-3$ となり，

これを変形すると，

$x=\dfrac{15+3}{50-48}=9$ を得る。

このことから，方程式による計算式と線分図，面積図から得られる計算式とは同じあることがわかる。即ち，未だ分かっていないものを分かったものと仮定して未知数 x で表し，問題に示された事象の式化を図り，立式した後は等式の性質により機械的な操作により解を得るという活動であっても，その意味は線分図や面積図によって解法を得た経験を振りかえることによって得られると言える。

4.3. 本授業計画に関する留意事項

本授業計画を実践する場合，参加する生徒には，線分図，あるいは面積図によって文章題を解くという経験を持って授業に参加してもらうことが前提となっている。線分図や面積図を活用する文章題は，公立の小学校では余り扱われていないということなので，進学塾で学んだ経験のある生徒でないと，本来既習を前提としてる線分図や面積図を学習の内容として取り上げなればならなくなり，検証の為の実践とはならない。

ただ，静岡県内における国立，私立中学校の入試問題を見ると，文章題が全く扱われていない訳ではないこと，街の書店でも，「算数自由自在」のような文章題を掲載している参考書が販売されていることから，中学受験を経験した生徒の集団であれば，本授業計画を実践することにより本授業計画に関する知見が得られることと考える。

5．静岡市内私立A中学校での授業実践とその考察

5.1. 静岡市内私立A中学校での授業実践

2018年9月初頭，筆者は静岡市内私立A中学校1年生に対して4.2に示した授業実践を行った。授業の対象は，1年生2クラスのそれぞれの上位に位置する生徒合計25名である[註9)]。授業を行うに当たり，事前にそれぞれのクラスの授業を参観

させていただき，ある程度の生徒の様子を把握することに努めた。

5.2 生徒の解法①

解説に用いた図は図 5.2.1 のとおりである。題意より，最後の缶は 47 個なので，それを除いた残りの缶について検討した。

説明された内容は,おおよそ以下の通りである。

48 個詰めの場合の余りが 15 個で，その場合最後の缶は 1 個不足しているので, 15 + 1 = 16(個)が不足分と考え，50 個詰めと 48 個詰めの差が 2 個なので，16 ÷ 2 = 8 が缶の数。よって缶の総数は 8 + 1 = 9（個）

このとき，飴の数は，50 × 8 + 47 = 447（個）

5.3 生徒の解法②

缶の数を順番に増やしたときに，飴の数がどのようになるかを表にまとめた（表 5.3.1 の通り）。そして 48 個詰めのときと，50 詰めのときとが同じ個数となる場合を調べ，缶の数が 9 缶，飴の数が 447 個を得た。

この解法は，かつて関数表による文章題の解法と命名されていた方法で，系統学習時代には，頭の中での特殊な思考を必要としない点で簡便といわれていた。昭和 33 年の学習指導要領編纂に関わった原弘道は，所謂文章題の算法的解法は,「答えを出すまでの各段階の思考が，それぞれ具体的に意味のある解法」という特徴を持ち，それ故解法は取り上げる問題固有となり諸問題間には「共通した一つの原理というものがない」ので難易度が高くなりがちである一方，一次の関係に帰着することができる問題であれば，関数表による解法は可能だと指摘する [28]。

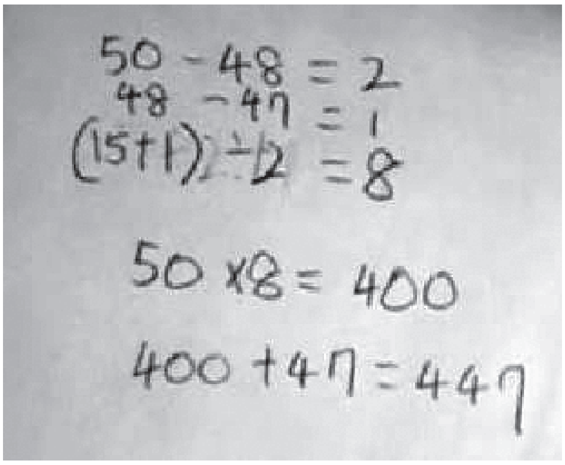

図 5.2.1　生徒のノートの記述

5.4. 授業実践を通して得た筆者の気づき

①概して生徒たちは，文章題の解法経験を持っていないこと

二人の生徒のそれぞれの説明は,他の生徒には,一回の説明ではほとんど理解されなかった。担当の教師によれば，このように考えるという経験を経ずに中学校に入学してきたという。一方で，どの生徒もそれぞれの説明について真剣に聞き入り，説明に用いられた式や表を理解しようとしていたことから，図や表による解法には習熟していなかったのではないかと考えられる。

②図による解法を試みた生徒がいなかったこと

発表者も含めて，教室内では図を用いて解法を試みた生徒がいなかった。念のため，線分図や面積図を使って解こうとした生徒は居るかと質問したが，返答は皆無であった。認知心理学者である植阪友里は,問題解決における図の効果について,図を用いることで計算処理効率が上昇する，図には示される情報量についての制限はない，図の活用により，問題文に示された各センテンスの内容を相互に結び付けやすくなり，問題が示す事象に対して統合的な理解を図りやすい等，図を活用する利点について幾つかの指摘を行っている [30]。また小学校教諭である花形恵美子は,「直結図」から「数量関係図」に児童がかいた図が変化していく過程で，問題解決のきっかけを得ると指摘し [31]，同様に小学校教諭である井口裕也は，問題で示された事象を理解するためには図の効果は大きく，また，問題解決の過程で,「自分の考えに沿った

表 5.3.1　解法 B で，生徒が説明に用いた表

48個詰め	缶の数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	…
	飴の数	63	111	159	207	255	303	351	399	447	495	…
50個詰め	缶の数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	…
	飴の数	47	97	147	197	247	297	347	397	447	497	…

図をかき，その図の内容と問題の内容との不一致を顕在化して捉え直すことが，問題事象の把握や問題解決に有効に働く」[32] と指摘している。公立小学校教師の花形や井口の指摘は十分納得のいく事柄であるにもかかわらず，静岡市内私立A中学校の生徒の出身小学校では，どうやら図を活用しなければならない問題を解くという経験は非常に乏しいようであった。何故なのか。

5.5. 静数会及び数学同好会での実践報告と協議内容の概要

授業実践の後，静岡市内の公立小学校の先生方で作る算数科研究会である静数会と，同じく静岡市内の公立中学校の先生方でつくる数学同好会において，5章で述べた実践を報告する機会を得た。以下，そこでの協議内容について概要を述べる。

5.5.1. 静数会での協議で指摘されたこと

静数会での報告に対して，おおよそ以下のような意見が出された。

①線分図も面積図も小学校では扱っていると思うが，それがいわゆる文章題の鶴亀算や過不足算を解くためには扱っていない。もっと単純な問題に限られている。

②鶴亀算や過不足算は，公立の小学校では担当する教師によって，扱いが変わる。よって，学習しているクラスとそうでないクラスが同じ学校内にも存在することになる。

③国立の附属中学校では現在でも文章題の問題が出題されていることは承知している。しかし鶴亀算も過不足算も小学生が扱うには難しいのではないか。このような文章題を扱うことについては賛成だが，取り扱うとすればせいぜい和差算程度ではないか。

④市の中心部の学校であれば，3割から4割の生徒は中学受験するので，受験のための塾に通っている。鶴亀算にしても過不足算にしても，このような文章題を解いたことがある児童がいるとすれば，それは塾で習ったのではないか。

⑤小学校の教員としては，小学校で学習したことが中学校での学習に役立つということには魅力を感じるし，そのようなつながりに期待したいところもあるが，そのために現在行っているカリキュラムをいじって，鶴亀算や過不足算を教室で取り上げることにはいささか抵抗がある。

文章題を図表を用いて解く経験を小学校でもさせてもらえると中学校での方程式の学習に寄与するという提案に賛成してくれた先生も少数おられたが，多くの先生方は，そんなことをしなければならないのかという驚きを持って筆者の提案を受け止めていたように感じた。A中学校の生徒たちに，図を用いて問題解決した経験が乏しいと感じたのは，むしろ当たり前のことだったのだ。

一方，筆者自身が小学生の時，算数の授業の中で担任の教師から鶴亀算や過不足算などの文章題の問題を出題され，皆で解いた経験があることを話したところ，逆にこのような文章題が教科書の本文に載っていたことがあるのかという質問を受けた。和差算の提案をした先生は50代で現代化学習指導要領下での学習経験があったが，それ以外の発言者は40代と30代であった。このことは，教師の年代によって，文章題に対する認識が異なることを示している。「教科書の改善・充実に関する研究事業」の委員であった芳沢光雄の指摘は，実際の教育現場では，教師の世代の違いの差が文章題に関する意識の差として現れていることに現れているといえる。しかし，かつて教科書の本文で扱っていたのかと質問した40代の先生の言葉には，昭和30年代，40年代の小学生が学べたことが今の小学生が取り組めないはずはないという生産的な意図を感じることができた。

協議全体を通して，静数会の参加者の意識は，可能であれば文章題も取り上げてみたいが，どこまでできるかは今のところ未知数だというところにあったと思う。

5.5.2. 数学同好会での協議で指摘されたこと

数学同好会での報告に対して，おおよそ以下のような意見が出された。

①線分図も面積図の解法が，方程式の式変形の意味的理解につながるというのは新鮮に感じた。小学校で学ばせてくれるのであれば，数学の学習ももっと深化させられるという気になった。

②自分の子どもを見ていて感じることだが，現在の小学校で鶴亀算や過不足算を教えることには無理があるのではないか。小学校で教えてくれればそれに越したことはないが。だか

ら，方程式の意味的理解を図るためには，線分図や面積図を一次方程式や連立方程式のところで指導しなければならない気がする。

③中学校では，方程式を立式したら，機械的操作によって解が求められることの重要性に焦点を当てている。そのような中で，わざわざ図表を使って解くということはしないのではないか。方程式以外にも，数学教育の課題はたくさんある。

④「算数自由自在」今でも売っているということに驚いた。自分も小学生の時に使った。方程式の学習と結びつけずに，文章題を解かせるというのも有りではないか。

⑤確かに中学校の数学では，あれこれ苦労して問題を解くという経験は少なくなっていて，既に分かっている公式を適用したり定理を当てはめたりして答えを出すことが当たり前になってしまっている。問題を工夫して解くという経験をもっと積ませる必要があるように思う。だからといって，すぐに「算数自由自在」をというのとは違うと思うのだが。

数学同好会では参加者が中学校数学科の教師であるため，図表による文章題解決が，等式の性質を用いた式変形の意味を説明できるということに関心を集めることができたし，そのことについては肯定的に捉えてくれた。小学校で実現してくれるのであれば，その結果を中学校数学の充実に結びつけたいと考える先生方が多かったように思う。ただ，ご自身の子どもの様子を引き合いに出して，小学校での文章題の取り扱いは，過度なお願いになるのではないかという意見もあった。

協議全体を通して，数学同好会の参加者の意識は，小学校で取り扱ってくれるのであれば是非お願いしたいが，それは小学校側が決めることで，それ以上の要求はしてはいけないだろうというような考えが大勢を占めていたように思う。

６．本稿の結論

筆者は，複雑な文章題を図表を用いて工夫しながら解くという経験は，是非どの児童・生徒にも経験させたいと考える。しかし現実にそのような環境を構築しようとすると，いろいろな制約が横たわっていることを痛感した。筆者の提案は，小学校の先生方，中学校の先生方，そこで学ぶ児童・生徒という４者の協同作業が前提となって初めて形にしていくことが可能な提案とも感じられる。しかし，この提案の遂行に当たり，克服すべき課題を一つ一つ取り除いていけば，小中連携の意義が生徒の学習成果という形になって実を結ぶ可能性につなげられるのではないかとも感じる。

よって，改めて本稿では次のような提案を行いたい。小学校では，例えば鶴亀算とか和差算，あるいは過不足算といったように限られた問題を一つ決め，その問題に対していろいろなアプローチを経験させること，図表を活用しながら工夫して問題を解くという経験をさせること。また中学校では，等式の性質による機械的な式変形を行わせる前に，線分図や面積図を用いて，その後に方程式で扱う同じ問題に取り組ませ，それぞれの過程を比較させ，類似性に気づかせるという学習を行うこと。それらの学習経験を積んだ児童・生徒が現在とどのように変わるのか，あるいは変わらないのかを観察し，観察結果を踏まえて次なる改善に向けた検討を重ねていくことが大切ではないかと考える。以上が，算数・数学教育の内容に関する提案である。

今ひとつ，今回の実践研究を通して気づいたことを紹介する。今回の実践の中で，中学校数学の立場から小学校算数に要望や依頼を検討することで，小学校中学校の結びつきがはかれるということが明らかとなった。筆者の考えや実践報告を，静数会の参加者も数学同好会の参加者も，程度の差こそあれ前向きに受け止めてくれた。それは，小中連携という枠組みが今後の教育改善につながるのではないかという先生方の期待の裏返しのようにも感じられる。中学校数学の改善の糸口を，中学生の既習事項の改善という視点から見てみると，そこには新たな可能性も生まれてくるように思われる。同様に，小学校算数の改善の糸口は，新たに中学校の学習に見いだしていくことの可能性にもつながるのではないかと考える。

筆者が小学生の時代（系統学習時代の最終年），教室では文章題の解法が普通に行われていた。時には，１時間かかっても解けない問題が出題されたが，他人から解法を聞くことよりも，一人で苦しみながらも考える時間が有益だったと記憶している。「教え合って全員が理解できる」ことも意味のあることだとは思うが，他者が可能だったことに対して，自分も自らの力でなんとかしたいと感じ，それを遂行していける時間も，「教え合っ

て全員が理解できる」こと以上に意味のある時間だったと考えている。「分かればよい」のではなく，「自力で分かることがよい」のだった。

数学を用いて問題解決する場合，問題に示された事象を数式として変換する場合，同値関係をどのように保つか，あるいは保てるかが重要な鍵となる。多くの場合,それは式によって行われるが，複雑な場面においては，必ず図示しながら検討することによって解決を図ろうとする。それは，文章題に示された内容を，線分図や面積図（場合によっては情景図も含まれるのかも知れないが），に変換することが最も初期の経験となるのではないか。その意味で，小学校で文字を使って問題で示された事象を表現させ，それを等式の性質により機械的に解かせるのではなく，文字を用いずとも，事象を読み取り，図に翻訳させるという活動が，それ以降の数学学習に役立つと考える。

７．終わりに

本稿の主張は，算数・数学教育における小中一貫教育においては，小学校，中学校の現状を観察することにより，それぞれの立場から他校種に対する要請が生まれるのではないかという仮設のもとに始まった。その結果，方程式の学習における意味づけという意味で，中学校数学の立場からは小学校算数科に対して，文章題を取り上げ，図表を用いた問題解決を行ってくれるとありがたいと考える。小学校での学習活動を中学校の教育活動に反映させ，生徒の既習や過去の学習経験を取り込んだ学習を組織して欲しいという要請が同時に必要だという結論に至った。

現実問題として，教科書の内容の改訂に波及することは,かなりの困難が伴うであろう。しかし,静岡型小中一貫教育に与えられた地域ごとのフリーハンド部分を考えたとき，特定の地域のグループ校の間であれば，少しの先生方の連携協力により容易に実現できるように思う。

また，鶴亀算（雉兎同籠）が日常の生活とどのように関わっているのかという指摘もあるかも知れない。しかし例えば，「バザーの売上金が 50 円玉と 100 円玉併せて 28 枚で合計 2200 円あったとき，50 円玉と 100 円玉はそれぞれ何枚ずつあるか。」というように，現在の日常の問題にいくらでも改編できることを付記したい。

今回は，中学校 1 年次の一次方程式の単元（中学校 2 年次の二元一次連立方程式の単元も含む）に焦点を当て，中学校数学科から小学校算数科への要請の例として提案したが，今後の課題としては，中学校の他領域，他分野からどのようなに要請が必要となるのか，逆に小学校からは，中学校数学に対してどのような要請が必要となるのかが挙げられる。

補註

註 1 ）大宝律令による大学寮設立時から存在し，書道，音道と並立した学科で，孫子算経，九章算術等，9 種類の中国の数学書が教科書として使われたと言われている。

註 2 ）九章算術自体が作成されたのは，紀元前 1 世紀から紀元後 2 世紀と考えられているが，紀元 263 年に劉徽が註釈本を制作したことで現在に伝わっている。9 つ章は，1 方田（分数計算，図形の面積），2 粟米（比率，比例計算），3 衰分（利息計算, 級数）, 4 少広（平方根, 立方根），5 商功（土木計算），6 均輸（租税計算），7 盈不足（鶴亀算）, 8 方程（連立方程式）, 9 句股（三平方の定理）の計 9 章に別れ，246 個の問題集形式の数学書である。

註 3 ）1627 年に発刊された塵劫記には，旅人算，からす算，ねずみ算，嫁入り，流水算，小町算，俵杉算，油わけ算，等に類別される問題が示されている。1641 年に吉田光由は「新篇塵劫記」を出し巻末に答えのない難問を載せた。これがもとで，他人に解かせる「遺題継承」が数学者の間で流行したといわれている。これにより，和算の問題は技巧的になり難問が増えてった。1674 年に関孝和が「発微算法」を表すと，和算の進歩は一時的に西洋数学を凌駕することになる。

註 4 ）「雉兎同籠」が「鶴亀算」として形を変えたのは，坂部広胖が 1815 年に出した「算法天竄指南録」と言われている。

註 5 ）旅人算とは，2 つの地点 A と B から，2 人が異なる速さで移動したときにどの地点で出会うか（出会算）を求めたり，A 地点を出発する 2 人が，時間差を設けて同じ方向に進む時にどこで後から出発した者はどこで追い越すか（追越算）を求める問題である。

註 6 ）10 升（1 斗）の油を，容積の異なる 3 つの枡（10 升，7 升，3 升）を使って油を移し変え

ながら，半分に（5 升と 5 升に）分けるにはどうしたら良いかを問う問題である。

註 7）通常数学科では Analysis は「解析」と訳を当てるが，川口先生は「分析」としている。原文のまま。

註 8）教科書会社によって記述の仕方は異なるが，静岡市が採用している学校図書版では，本文に一次方程式の解法が掲載されている。

註 9）静岡市内私立 A 中学校では，習熟度別クラスでの授業が展開されている。

引用文献

1）愛知教育大学，他（2016），教員の仕事と意識に関する調査，p.13.

2）静岡市教育委員会（2018），静岡型小中一貫教育カリキュラム（解説），静岡市．
http://www.city.shizuoka.jp/000773986.pdf

3）坂本正彦（2017），算数・数学科における小中連携に関する教材・指導法の開発についての試み (1)，常葉大学教職大学院研究紀要 vol.4，2017.

4）文部科学省（2008），中学校学習指導要領解説数学編，p.8，p.18，pp.23-4，p.45.

5）数研出版（2011），中学校数学 1，p.94.

6）大矢真一訳（1977），吉田光由（1627），塵劫記，岩波書店.

7）飯島康男（2010），「九章算術」における過不足算の解法のアイデアについて，日本数学教育学会誌，第 92 巻第 1 号，2010.pp.2-11. 尚，飯島先生はこの論文の中で，線分図による解法が，かつて和田義信によって推定されていることを述べておられる。

8）国立教育政策研究所（2012），全国学力・学習状況調査の 4 年間の調査結果から今後の取組が期待される内容のまとめ～児童生徒への学習指導の改善・充実に向けて～（中学校編）.

9）文部科学省（2008），教科書の改善・充実に関する研究報告書（算数）－平成 18，19 年度文部科学省委嘱事業「教科書の改善・充実に関する研究事業」－，みずほ総合研究所株式会社 (http://www.mext.go.jp/a_menu/shotou/kyoukasho/seido/08073004.htm)

10）M.Klein（1973），柴田録治監訳（1976），数学教育現代化の失敗 －ジョニーはなぜたし算ができないか，黎明書房.

11）文部省（1969），小学校指導書算数編，pp.1-3.

12）文部省（1978），小学校指導書算数編，pp.1-4.

13）文部省（1960），小学校指導書算数編，pp.4-17.

14）戸田清（1955），単元学習の反省と文章題指導の意義，数学教育会会誌第 9 巻 1 号，pp.9-13.

15）岩崎秀樹（1985），問題解決指導の変遷に関する一考察，日本数学教育学会第 18 回論文発表会発表要項，pp.65-68.

16）戸田清（1955），前掲書，p.10.

17）戸田清（1955），前掲書，p.11.

18）昭和 42 年発行，6 年算数上，日本書籍，p.24.

19）昭和 42 年発行，6 年算数下，教育出版，p.52.

20）昭和 35 年発行，算数 6 年下，学校図書，p.52.

21）前田隆一（1963），文章題はいかなる意味で思考に役立つか，日本数学教育会第 45 回全国大会総会特集号，p.90.

22）川口廷（1963），文章題指導上の問題点（その 1），日本数学教育会誌，第 45 巻第 8 号，pp.142-5.

23）中野昇（1958），思考力を伸ばすための文章題の指導について，日本数学教育会誌，第 40 巻第 6 号，pp.65-67.

24）原弘道（1980），文章題を学習するねらい，日本数学教育学会誌第 62 号第 8 巻，pp.160-4.

25）中島健三（1981），算数・数学教育と数学的な考え方，金子書房，p.69.

26）中島健三（1981），前掲書，pp.84-5.

27）R.R.Skemp (1971),藤永保，銀林浩訳 (1973)，数学学習の心理学，新曜社.

28）静岡大学附属静岡中学校の入試問題。小・中学生進学研究室篇，国立大学附属中学校出題算数問題集　問題篇，東京図書，p.55.（奥付が無いため，何時の版かは不明。印刷所によれば 1970 年代とのこと。）

29）原弘道（1964），文章題の関数表による解法，日本数学教育会誌，第 46 号第 2 巻，p.2-5.

30）植阪友里（2014），数学的問題解決における図表活用の支援，風間書房.

31）花形恵美子（1990），文章題の解決過程における絵の役割，日本数学教育学会誌第 72 巻 12 号，pp.28-36.

32）井口裕也（2016），小学校算数科における図を活用した問題事象の把握に関する研究，平成28年度常葉大学教職大学院課題研究成果報告書 vol.9，pp.1-14.