

## 数学記号から見る数学教育

### － 苦手意識の要因としての記号・イメージ－

藁科 桃子・古市 将樹

要旨：数学の苦手意識の要因が数学記号にあるのではないかという問題意識から、もしそうであれば、なぜそうしたことが起こり得るのかを考察した。まず、西洋数学とその記号の伝播および日本への移入過程を概観した上で、それとは異なる和算の特徴、「文化的価値」について論じている。次に、具体を重視した和算から離れ、抽象を重んじる現在の数学教育の問題点を指摘している。それは余分なものを捨象して機能的に洗練されたはずの数学記号が実は言語に依存するところが大きく、言語に関する複雑さを記号によって単純化しているようでいてそうできていないことであった。そして最後に、記号とイメージの関係について、記号がそれのみで完結するのではなくイメージとの連関の中で流動的なものであるにもかかわらず、教育が固定化させていることが苦手意識を生じさせる一因なのではないかと論じている。

キーワード：数学記号、数学教育、記号、イメージ、

はじめに

数学には、「+」(プラス)・「 $\sqrt{\quad}$ 」(ルート)・「 $\int$ 」(インテグラル)ほか様々な記号(以下「数学記号」と記す)がある。これらの使用で、説明のための言葉を省略することができて、機能性や利便性を高めることができるだろう。ただし、記号であるためにはその意味、読み解くためのコードが共有される必要があり、共有の過程が数学教育と考えられる。一方、数学に対する苦手意識が、文部科学省の専門部会や先行研究でしばしば指摘されてきた<sup>(1)</sup>。その理由は「わからないから」とされることが多いが、数学記号がこの「わからない」の要因になっているのではないだろうか。本稿は、このような問題意識をもって、記号とそのイメージから数学記号と数学教育を考察する。

#### 1. 西洋数学とその記号の機能性を重視した洗練と伝播の過程

まず、現在一般的に使用されている数学(西洋数学)及びその記号の誕生と伝播の過程を概観する。数学記号の誕生は、3世紀ごろのディオファントスまで遡るとされている。彼の『算術(アリトメティカ)』で確認できるその数学的記号は、言葉の短縮表記によるものが大半であり、まだ言葉から完全に切り離されていなかった。しかし中には、書かれた言葉との直接のつながりがない記号も存在しており、これが現在の数学記号の先駆けとして考えられている。なお、前者について注意したいのは、現存する『算術』の写本はすべて13世紀の写本からのものであり、それが最古のものとなっていることである。オリジナルのものが3世紀につくられていることを考えると、およそ1000年もの期間が空く。この期間を考えると、私たちが原典のものと考えている短縮表記が、この写本の系譜の途中のどこかで入り込んだ可能性が浮上する。

数学記号から視る数学教育  
－苦手意識の要因としての記号・イメージ

写本とは、印刷技術が発明される 15 世紀より以前の、本を増産する手段であった。写すことを仕事とする写字生がおり、その作業は、校正ではなく内容を増補したり変えたりすることでもなかった。本の著者は何年もあるいは何世紀も前に亡くなっていることも多く、誤りを正すための典拠もないため、書き写す際に誤った形で伝播する可能性が十分にあると考えられる。

このように数学記号の誕生と初期的な伝播としては、人の手によって写し継がれていく写本によるものが大きかった。もっとも、この数学書に関する写本が流通していたのは、それが所蔵されていた大図書館やヴァチカン教皇図書館の利用者の間に限られていたと考えられる。それが 12 世紀になると、各地に高位聖職者の養成を主目的とする大学が生まれ、写本生産の担い手はそれまで中心であった修道院から大学当局が認める書籍業者へと変わっていった。その後の 15 世紀には、書物生産は大学から都市の書籍工房へとさらに規模を広げ、数学書の写本が流通する範囲も広がったとされる。

その後ドイツのマインツでグーテンベルク（1398～1468）によって 1454 年頃、印刷技術が完成された。これによって写本による数学記号の誕生・伝播はなされなくなったが、同時に新たな事態が生じた。

印刷本の作成には活字を作る必要があった。その際に、当時のヨーロッパの数学者たちがそれぞれ使いなれた記法で書いていたものを統一しなければならなかったのである。そのためには、多様な思想にもとづく記号の選択よりも、使える活字・つくれる活字が限られていたという印刷所の事情が絡んでいる。そうして統一された記号が印刷本によって伝播することになる。

また、同時期には別の経緯によって誕生した数学記号が存在する。写本では写字生の過失によって文字が短縮表記にされたという可能性があるが、ロバート・レコード（1510～1558）の記号はそれと異なる。彼は著書の『知恵の砥石』（1557）で、「に等しい」という言葉を 200 回近く書いてから、繰り返す退屈を避けるために「＝」という記号を使いはじめた。彼は、意図して記号を考え使いはじめたのである。そのうえ、この記号は「2 本の平行線ほど世の中に等しいものは存在しない」ということで採用しており、単なる文字の短縮表記でもない。そして、意味を短く表したいというのが最初の動機だったが、ひとたび「等しい」を表す記号ができてしまえば、この記号の簡潔なところには、それによって頭の中に余計なものない、理解しやすい構図ができるという、意図せざる利点が生じた。

さて、数学を記号で表すことの利点に気づきはじめた数学者たちの中で、ヴィエト（1540～1603）がついに既知の定数までも一つの文字で表すようになった。「未知数を A や E、I などの母音で、既知定数を B、D、F などの子音で表すという画期的なアイデアを導入した」のである。それまでは、先の『算術』において未知数とその「べき乗」が頭文字で表されていたが、既知の定数でその試みはなされていなかった。ここからが、今の記号代数の形へとつながる第一歩といえる。

ヴィエトの画期的なアイデアは、デカルト（1596～1650）によってさらに徹底された。既知の定数を、a, b, c, d, … などアルファベットの初めの方で、未知数を x, y, z, … などアルファベットの後の方で表すことにしたのである。これは古代ギリシア以来の重い伝統だった「次元へのこだわり」を取り払ってしまったことになる。それまでは、長さという量を 2 つ掛け合わせると面積になり、3 つ掛け合わせれば体積になるが、面積と長さを加え

数学記号から視る数学教育  
－苦手意識の要因としての記号・イメージ

たり、面積と体積を加えたりすることは意味がないものとして、固く禁じられていた。「代数を幾何で考えるという制約から解放した」のであり、記号の表記が変わることによって、次元の考え方も数式の表せる範囲も変化したのである。

デカルトが考えた記号法の重要性に気づき、フランス語で書かれた原書を当時の学問の共通語であるラテン語に訳したのは、オランダにいたデカルトの弟子スホーテン（1615～1660）である。そして同様に重要性に気づいた人たちは、この新しい記号法について大学で講義をし、本を出版し、さらに翻訳されたデカルトの『幾何学』に多くの解説や講義録をつけて出版した。その成果か、デカルトの次の世代の数学者たちは、この画期的な記号法を急速に吸収することができた。

次の世代の数学者の中に、微分積分学を発見したライプニッツ（1646～1716）とニュートン（1642～1727）がいる。どちらもそれぞれの記号を考案しているが、両者の構想には違いがあった。ライプニッツは「適切な記号体系が人間の思考にとってどれほど重要であるかを最初に認識した人」であった。彼は「普遍記号法」という考えのもと、さまざまな記号（表記法）を生み出した。具体的には、微積分の記号（表記法）である「 $\int$ 」や「 $f'(x)$ 」、割り算記号「 $:$ 」、また、項をどこまで考えるかという「 $( )$ 」（カッコ）などが挙げられる。この哲学は彼の学派に一面的であるが継承された。一方ライプニッツは数学者・哲学者といった肩書のほかに外交官としての一面も持っていた。そのため、彼が各地で出会った数学者との交流の中で、彼の考案した数学記号が伝播されたという可能性も十分に考えられる。

このように、西洋における伝播では、数学記号が改良されていく時期と、ある程度完成された数学記号が伝播していく時期とに分けられる。前期の記号は、今のものとは異なる性質をもっている（略語に近く、使用範囲も限定されている）。他方後期のものは、数学を記号で表すことでより高度な次元へと飛躍することを目的として作られたものではないかと考えられる。これが現在私たちの使っている数学記号につながるのだが、そうであるならば飛躍どころか、「苦手意識」を生じさせている現在は当初の目的に反する面も現れてきているといえよう。このことを考察するに当たって和算に目を転じたい。

## 2. 西洋数学の日本への移入過程と和算の特徴

西洋数学が移入する以前、日本には和算という独自の数学が存在していた。和算は、13世紀末頃中国から導入された数学を消化し、16世紀頃から起こり、日本独自の発展を遂げて成立した。この和算において、数学記号（それに等しい記法）が登場したのは関孝和（生年不明～1708）の『発微算法』（1674）からであった。そこには「傍書法」とよばれる記法が記載されていた。この「傍書法」は数字と文字を1つの式の中に表現できるように工夫したものであるのだが、現在の記法と比べると数式を表すことが非常に面倒である。また、当時の和算書から、和算は「文章で数学を表す」ことが基本だったのではないかと考えられる。

転機が訪れたのは、1716年の禁輸緩和であった。これ以降、西洋の数学が大々的に導入されるようになった。三角関数表をはじめとして、航海術のための球面三角法、その他砲術、築城術、造船術、等々、欧米の軍事技術の核をなす数学がある西洋数学も取り入れられていった。これらは中国からの漢訳西洋数学書によるものが主であると考えられている。

数学記号から視る数学教育  
－苦手意識の要因としての記号・イメージ

当時の日本では大部分の知識人が漢文に知悉しており、西洋数学を取り入れるにあたって漢訳されたものを読んだ方が早かった。ここで記号の受け入れ方に関して、日本と中国において違いが生じる。

中国では、漢訳西洋数学書を作成する際数学記号を中国式に書き直すか、あるいは漢字に基づく記号を自作、使用して記述していた（例：微分記号「イ」、積分記号「禾」）。一方日本では、中国式に書き換えられた記号をそのまま使った学者もいたが、西洋式に再度書き換えた学者も多かった。それが1880年頃になると、後者が普通のこととなる。薩日娜が『日中数学界の近代』（2016）で、中国と日本とで記号の受容の差が西洋数学の受容（理解）の差にもつながっていると述べているように、記号には受容的理解を左右する要素がありそうである。

和算が終焉を迎えることとなった決定打は、1872年公布の学制である。学制の第27章では、小学校算術について「洋法ヲ用フ」と規定していた。こうして制度として洋算を教えることが決定した。つまり、西洋で使われていた数学記号が公式に教育の場に採用された。当時の指導書では、数の表し方や記号の読み・意味について説明された項目や、式の読み方の解説が確認できる。そして現在、数学記号が伝播する場はもっぱら教育現場であろう。私たちは、教えられた数学記号を当たり前のもので受け入れ使用している。

日本への数学記号の移入と伝播についてまとめると、まず、もともと定着していた数学記号（表記法）から、有用性が認められた新しい記号の取り入れが始まる。そしてそれからの伝播というのは、雑誌などから数学者の間に広まり、教科書を通じて教育現場へと広がっていくということが考えられる。これは西洋とは異なる伝播であり、教育現場に数学が持ち込まれることによって、今まで主に数学者の間で伝播してきた数学記号が、数学の知識がない者へ伝播されていくという形へ移行したといえそうである。

それでは、和算にはどのような特徴があるのか。ここで、和算と現在の数学で教えている内容を比較したい。比較の方法としては、各年代の和算書を分析し、それらで扱われている項目と現在の学習指導要領（小・中・高）で扱われている項目とを比較検討する。

まず、1716年の禁輸緩和以前の和算書に注目する。吉田光由『塵劫記』（1624）は「数と計算」「図形（計量）」「測定・単位」の項目を含んでいる。関孝和『発微算法』（1674）では「図形（計量・方程式）」「方程式」、『解見題之法』（1680年代）では「数と計算」「図形（計量・方程式）」「方程式」の項目が含まれている。この『発微算法』で傍書法が開発されてからは、和算の数式としての表現力が向上した。傍書法では数式を表すことが非常に面倒であると前述したが、同時に、それ以前と比べると数式の自由度は上がっている。最後に挙げる荒木村英『括要算法』（1712）では、「図形（方程式）」「関数」「方程式」「数列」の項目を含む。後ろ3つの和算書は、当時としては高度な難問を扱っており、結論のみが記されているという形式であった。

次に、禁輸緩和以降、若杉多十郎『算法勾股致近集』（1719）では三平方の定理の証明が記載されており、項目としては「数と計算」「図形（計量・方程式）」「その他（証明）」がある。『明治塵劫記大全』（1878）は「数と計算」「図形（計量・方程式）」「測定・単位」「関数」「方程式」「三角関数」「その他」の項目を含み、現在の数学で扱う全体的な項目により近くなっている。

以上のことからわかるように、初期の和算書は現在使われている教科書のような形式で

数学記号から視る数学教育  
－苦手意識の要因としての記号・イメージ－

はない。教育的な要素がないからこそ和算に楽しさを見出していたのか、記号にとらわれていない数学に楽しさを見出していたのか、はたまた和算の内容に魅力があったのか。これらについては別に検討する必要があるだろう。

### 3. 和算の「文化的価値」と現在の数学教育

先のような特徴をもつ和算と西洋数学とでは、扱う項目以外の違いもある。伊達文治「数学教育における文化的価値に関する研究－和算の特質と西洋数学の受容－」によると、和算は操作的・技能的数学に分類される。確かに『塵劫記』には、「商工業と密接に結びついており、生活の営為に役立つ」<sup>(2)</sup>面が読み取れる。また伊達は、「関孝和以後は単なる実用を超えた1つの『芸』にまで高められた」<sup>(3)</sup>と考えているが、これは『発微算法』や『括要算法』、『勘者御伽双紙』などの内容に、より高度な数学の問題が記載されるようになったことから読み取ることができる。

そして「数学は、文化の中で、初めは実用的な必要性から発生し、その社会との関係を持ちながらその文化の中で、あるいは数学という文化的要素の内部において、成長し、発展している」<sup>(4)</sup>という伊達の指摘に注目したい。数学に文化的要素が見出されるということは、西洋の数学を受容した日本は数学においてそれまでの文化性を失ってしまったことになるのだろうか。現在の数学において和算的な問題が全くないというわけではない（例：鶴亀算）が、あくまで具体的な問題として存在しているのであり、和算的な体系が数学教育の課程に組み込まれているようには考えにくい。先行研究でも、日本の和算と現代数学は分類として離れている。そして現代数学はヨーロッパの内容を多く吸収していることから、それは「普遍記号法」や「公理主義」「構造主義」から構成されているといえよう。

「普遍記号法」はライプニッツの哲学で、数学をすべて記号で表そうとする試みのことである。「公理主義」は「数学における各理論は、その前提となる仮定としていくつかの命題を設定し、これらの命題（公理という）から出発して論理的に展開される厳密な演繹的体系として組み立てられるべきである」<sup>(5)</sup>という主張である。最後の「構造主義」は「可変的な表層的諸現象の背後に隠された深層的で不変な『構造』を探究する」<sup>(6)</sup>点の特徴とされている。一方当初の和算には、これらとは異なる構成がみられる。

和算において、西洋の数学が移入されるまで存在の証明が行われていなかったことからすると、日本人にとっては「存在を明らかにする」ことがそれほど重要視されない、興味の対象とならないものだったのではないだろうか。また、数学を構造的に見ているかと言われればそうでもなく、数学が「学問」としての面より「娯楽」としての面で語られたのも、日本人の興味のあり方からくるのかもしれない。すなわち、教育の場で和算的要素を考慮せずに西洋の数学を取り入れるということは、当時の日本人の文化性に合っていなかったと考えられるのではないだろうか。

同時に、「操作的・技能的数学」に分類される和算において、操作面で考えると数学記号で計算した方が効率・わかりやすさが向上したのかもしれない。そうであれば、和算にとって数学記号を使用する利点もあったはずである。実際、禁輸緩和後に漢訳西洋数学書では「中国式に直された記号」を使うのではなく、西洋の数学記号を採用するものが多かったということは、その証左ではないだろうか。

数学記号から視る数学教育  
－苦手意識の要因としての記号・イメージ－

ところが、その後の日本では西洋数学が教育の場に採用されたことで、和算から離れていく。そこではもちろん数学記号が使われるのだが、現在まで至ってみて数学への印象はどうであろうか。確かに計算は考えやすくなっただろうが、「面積と体積を足し算してしまう」というような計算をしてしまうことがあるように、「何の計算をしているのか」という理解の部分が欠けてしまう場合もあるであろう。和算では求めているものをそのまま「斜辺」や「利息」というように名称で置いていたことを考えると、前述した間違いは、数学記号で表すことによる弊害といえるのではないだろうか。そしてこの「求めていることの不明瞭さ」が、数学が苦手だと感じる要因にもなっているのではないかと考える。

つまるところ、和算は記号を多用しなかったことにより、具体から離れなかった点が強みだった。そして和算の特徴は、具体から離れず生活と密接な数学が多く存在していたことにあるのではないだろうか。たとえば、当時は売り買いのための計算だけでなく、農家にとって田んぼの広さを測る必要があったり、金や銀の利率を計算する必要があったり・・・などというように、現在よりも日常生活に即した、当事者が直接用いる数学があふれていたとするならば、学校以外に和算書で学んだことを実践する場があり、実感を伴って数学が理解できていたとも考えられる。

そしてもうひとつの特徴としては、数学の形がさまざまにあったことがあげられる。教育現場が十分整っていなかったということもあるが、誰もが自分に合った数学を選択できる状況にあったと推測される。庶民レベルの和算書においては、割り切れることが大切であるとされていたが、関孝和以降は割り切れない対象について求めようとする取り組みが見られた。このように、日常的・数学遊戯的問題から専門的な問題まで多様な数学が存在していたこと、そして学ぶ内容を強制されない環境が当時はあったのではないだろうか。つまり和算は、学問や教育とは違う、個々の日常性や娯楽性を重視する文化的価値にもとづいていたといえるであろう。

しかし今では学習指導要領により学ぶ内容が学年ごとに定められ、自由選択ができるようになるのは高校に入ってからという状況である。また、正しいとされる範囲が狭まり、その範囲内での正確性は向上したかもしれないが、同時に柔軟な考え方がしづらい状況になっているのではないだろうか。ここで、現在の日本の数学教育について考えたい。

数学教育に対する得意・苦手ほかさまざまな意識については、一般的に、その記号というよりも、学習指導要領で指定されている学習内容や教えることの多さ、受験科目としての扱いなどから形成されているのかもしれない。しかし、記号操作のルールが分かっていなければ計算を進めることができないというのも事実であり、そのルールに慣れるために提示された問題を解いていく形になってしまっている。学ぶ者に「数学は既に出て来た不変不動のもの」<sup>(7)</sup>という印象をもたせるのも、今日に至るまでに整備された数学記号と数学教育の形式によるところがあるであろう。また、数学がより抽象化することにより身近な場所から離れたところに数学があるように感じさせてしまっているのではないだろうか。この抽象化の要因は、数学記号が与えている印象とも考えられる。

現在の数学教育の基盤は西洋数学である。伊達のあげている「①固定的数学観」「②固定的数学学習観」に即せば、これらは、①数学は不変不動であるという考え方。②方法を学ぶことが数学であるという考え方。と言い換えられるだろう。①に関しては、数学記号が整備された結果といえば聞こえはいいかもしれないが、不変不動は、反面、発展がない

数学記号から視る数学教育  
－苦手意識の要因としての記号・イメージ

ということでもある。②に関しても、「方法」には目的があるはずであるのだが、今日ではその「目的」が「方法を理解し使えるようになること」になってしまっているのではないだろうか。そして、「数学記号が数学に苦手意識を与えているかどうか」について先行研究から考えると、西洋数学への移行によって失われた和算の利点は、内容の変化によるところが大きいであろう。しかし初期の和算の特徴からすると、日常との密接性があり、そのことが和算における数学記号（表記）にも反映されているようでもある。これが西洋の数学記号で表されるようになることで、機能性は向上したが具体から離れてしまったのではないだろうか。これらの点が、数学記号が苦手意識を生じさせていると考えられる。

#### 4. 苦手意識の要因としての数学記号

ここで、苦手意識について分析すべく、現代数学における記号の認識について哲学と論理記号学の視点から検討していきたい。

まず、哲学における「構造主義」について。現在の数学は数学記号の操作が多い。数学を記号で表すことで数学の概念が抽象化され、操作が多くなることで学習者は、「操作そのもの」に気をとられてしまっているのではないだろうか。この抽象化については、シャピロが『数学を哲学する』（2012）で、「構造主義」の観点から次のように指摘している。

構造主義とは「ある特定のパターンを把握する一つのやり方」<sup>(8)</sup>であり、構造をもついくつかのシステムを観察し、そこでの対象間の関係に注意を集中する—〔逆にいうと〕これらの対象がもつ特性のうち、これらの関係にかかわらない特性を無視する—というわけである。抽象化には余分な情報を排除し必要な情報を伝達するという利点がある。これは、その根本となる構造が理解できていれば、具体物が変わったときでも何が起きているの理解できるということでもある。数学的知見を使う場面で考えてみても、買い物をするときに行う計算と学校の生徒の人数を数える計算は実質的に同じである。逆に考えると、抽象的な考え方がわからなかったときでも、具体物に落とし込んで考えることができる。しかし足し算ひき算ならまだしも、微分や積分になると構造や操作が複雑化してくるうえ具体物に落とし込むことも難しい。そうすると、この構造や操作が理解できていないものはその分野を理解することができないということになる。つまり、理解できていないと感じつつ目の問題を解かねばならない状態が生じ、これが数学に苦手意識を与える要因となっているのではないだろうか。

そのことについて、数学教育、特に高校数学を考えてみよう。積分が「関数のある範囲までの面積を求めるための計算」だと理解していることと、その計算ができるということとは、後者が評価される。前者は「積分記号が示している操作の意味」を理解しているといえるが、後者は「積分記号で行う操作の規則」を理解していることになる。確かに構造主義でいえば「操作の規則」は構造の一部と言いかえることができ、計算ができれば構造が理解できているともいえるだろう。しかし、記号が示している意味を理解する必要はないのだろうか。ここで述べられている「数学」と「教育における数学」とはまた分類が異なるかもしれないが、その両者が求めるものについて再考すべきであろう。

次に、記号論理学は「命題や論理概念を記号で表し、推論を式の変形という形式的な法則に還元して論理学を組織する一分科」であり、命題や概念を記号で表している。記号論理学自体、高校数学の「集合と命題」で少し登場しているが、他の数学記号に関しても

数学記号から視る数学教育  
－苦手意識の要因としての記号・イメージ

「 $3+5=8$ 」を「3に5を足すと8になる」と表せるように、部分的に同じように扱うことができるであろう。そしてこのことがなにを意味するかは、“対象言語”と“メタ言語”の関係から理解できるだろう。対象言語 (object-language) とは説明「される」側の言語である。「教えられる」言語といってよい。命題論理の言語が、これからわれわれにとって対象言語になる。他方、メタ言語 (meta-language) とは説明「する」側の言語である。「教えられるために使われる」言語と考えてもよい。この関係は“数学記号”と“それを説明することば”に分類できるのではないだろうか。つまり、前述した例でいうと、「 $3+5=8$ 」が対象言語であり、「3に5を足すと8になる」がメタ言語であるということになる。数学記号の歴史を考えると、記号は言葉の拘束から離れたものであるはずだったが、現在でもメタ言語は重要であり、記号には言葉的な要素が含まれているのではないだろうか。そうであれば、メタ言語を意識する余裕もなく対象言語である記号と向き合うことが苦手意識の要因になっていると考えられる。

構造主義的視点からみた数学記号は「対象間の関係を示し、思考を導くための装置」であり、記号論理的視点からみた数学記号は「言葉（単語）と同じように説明することができるもの」だと考えられる。数学記号は、本来それをめぐるこれらの豊かな背景・関係ももちながら、そこから乖離しているのではないだろうか。もしそうであれば、ここで看過できないものがある。それが「イメージ」である。

#### 5. イメージが記号としてはたらく結果としての苦手意識

たとえば、「 $\sqrt{\quad}$ 」は記号であり、これをみて「難しい」や「楽しい」というイメージ（心象）をいだとしよう。この場合は、まず記号がありそれからイメージがわく、という順序の連関がそこにあることになる。それでは記号とイメージはどう違うのか。もともとイメージは人によってさまざまである。一方記号についてはさまざまでは困る。というのは、それを何らかの意味を表すものとして読み解くコードを共有しているもののあいだで成り立つのが記号だからである。記号自体はさまざまでも、それぞれが一定のコードをともなっていなければ記号としての意味をなさない。この点でイメージと記号は異なる。ところが、「難しい」や「楽しい」は言葉であり、言葉は記号である。つまり、少なくともイメージについて語ろうとすれば、言葉に頼ることになり、言葉で表されたイメージは新たな記号になる。

ここでイメージに関するバルト (1915~1980) の説を参考にしよう。彼は、このような、記号がイメージを引き起こしそのイメージが新たな記号となりそしてまたイメージが・・・という関係を「入れ子構造」(en abyme) <sup>(9)</sup>と呼んでいる。これが意味することは、この構造においては、「シニファンとシニフィエの関係がほとんど同語反復的」<sup>(10)</sup>ということである。すなわち、記号とイメージの関係は、シニファンである「意味するもの」や「表すもの」と、シニフィエである「意味されるもの」や「表されるもの」の固定的な関係ではない。記号とイメージは順次、反転するような関係のシステムをなしている。

ただし反転といっても、バルトは、そのような記号とイメージが、均等的に存在しているのではないと考え、

イメージのシステム全体の中で構造の機能が偏在している。一方でコノテーターのレベルには一種のパラディグムの凝縮があるが、〔中略〕それは強力で不安定であり《事



数学記号から視る数学教育  
－苦手意識の要因としての記号・イメージ

物化》ともいえる記号である。もう一方にはデノタシオンのレベルにサンタグム的な《流出》がある<sup>(11)</sup>。

と説明している。これを先の例に当てはめてみよう。数学記号「 $\sqrt{\quad}$ 」に「難しい」というイメージをいただくことがあり得ると、このことに違和感をもたない場合、「 $\sqrt{\quad}$ 」と「難しい」には既に固定的な関係が認められる。だが、「 $\sqrt{\quad}$ 」自体はもともと「難しい」を意味する記号ではないし、イメージは個人的なものでもある。したがって「 $\sqrt{\quad}$ 」に、「青い」や「ざらざらしている」などのイメージをいただく人がいてもおかしくない。ところが、「青い」や「ざらざらしている」には違和感をもたれるのではないだろうか。何でもいいはずなのに実際にはある特定のものに決まっている、このことが「偏在」である。そしていったん「難しい」が一般化すると、「難しい」の程度にかかわらず、それは強力なコノテーター（暗示であるコノタシオンのシニファン）となる。だが、それが、たとえば近年よく耳にする「やばい」に取って代わられることがあり、その点では不安定でもある。しかもこの場合、「やばい」は「難しい」の単なる言い換えとも考えられかもしれない。しかし現在、「やばい」は「凄い」の意味を含み、肯定的か否定的かを問わず使われている。すると、「凄く楽しい」を意味しての「やばい」もあり得る。このことが、明示であるコノタシオンのレベルでは、記号の組み合わせを換えることでより複雑な表現の系列を作っている。つまり、「 $\sqrt{\quad}$ 」に「やばい」というイメージをいただき、「やばい」という言葉で表現しても、読み取りのコードを共有していなければ、その真意は伝わらないまま、時にはまったく逆の意味で、会話だけは成り立つという事態が起こり得ることになる。

それでは、このように記号とイメージの関係が流動的で複雑であったとしても、なぜ数学に「苦手」という意識をもつとみなされるのか。換言すれば、「苦手」というイメージが記号として共有されるのか。バルトは、「どのようにして意味はイメージへと至るのか。どこで意味は終わるのか。またもし終わるとすればその先には何があるのか」<sup>(12)</sup>と自身の問題意識を記している。これは広告を分析対象とした、彼のイメージに関する研究において語られたものであるが、数学教育におけるイメージについては、教育が、記号とイメージの連関に終止符を打つ、すなわち、「意味を終える」ことを事実上おこなっている（教えている）と考えられる。

というのも、その連関は、意味の連鎖でもあり、学習者の中には、その連鎖を辿ろうとする者もいるかもしれない。しかし、現行の小・中・高等学校における数学（算数）教育では、そうした者に対応することは難しいだろう。これは教員の問題というよりも、完成度が高く濃密なカリキュラムにおいては寄り道など出来ないという問題が大きい。また、数学に限らず、そもそも学校教育は、（ある）正しいことを教えるという前提のもとでおこなわれている。もし、連鎖を辿ることなどしなくてもいい目前の問題を解けるようになることが大切、と指導されれば、それが正しいことになる。さらに、数学教育は、数学記号や専門的な知見だけでおこなわれるのではない。既述のように対象言語である記号もメタ言語に依存しており、本来的にその教育は、両言語の連続する関係の中でおこなわれる。これらのことが、謂わば、溢れ出す不思議、沸き起こる疑問、処理しきれない違和感などを置き去りにしながら先に進むしかない状況をつくりだし、数学記号は象徴的に苦手意識を醸成しているのではないだろうか。

数学記号から視る数学教育  
－苦手意識の要因としての記号・イメージ

おわりに

西洋数学が学問として進化する過程で数学記号が洗練され統一化されてきた。これによって論理的・機能的に高度な西洋数学の世界が形成されてきたのであろう。しかし、数学の世界はそれだけではなく、和算的な世界もあった。西洋数学の洗練は、娯楽性など和算に含まれていた文化的価値を捨象することで、その純度を高めていった。そして日本の学校における数学教育は、西洋数学を主軸としてきた。その世界に馴染める者は問題ないかもしれないが、そうでない者がいた場合、彼・彼女らには選択肢がない。唯一の選択肢の中で記号を読み取るコードも一律に教えられる。具体的に落とし込むよりも抽象的な記号操作が重んじられその巧拙が学力として判断される。教えられたことは試験され、成績・評価によって序列化される。その結果が進学や就職にも影響する。とくに「意味（の探究や創造）は終わって」いる。要するに、数学記号が苦手意識をもたらすとすれば、それは教育によるところが大きいと考えられるのである。西洋数学の世界を学ぶことが問題なのではない。世界を拡大するさらなる学びの基礎として、まずはひとつの世界を学ぶことは重要であろう。しかし、その学びしか選択肢がなく、しかもその過程で苦手意識をもたせるようなことがあつては、本末転倒であろう。そしてもちろん、これらのことは数学教育に限ったことではなく、他の教科にもあてはまることと考えられる。

註

- (1) たとえば、竹間 光宏「算数・数学教育の接続に関する一考察 —メタ認知的知識への着目—」『京都教育大学教育実践研究紀要』第 18 号、2018。
- (2) 伊達文治「数学教育における文化的価値に関する研究 —和算の特質と西洋数学の受容—」『全国数学教育学会誌 数学教育学研究』13 卷、2007 年、30 頁。
- (3) 同前、32 頁。
- (4) 同前、30 頁。
- (5) 柘植利之「公理主義」下中直人ほか編『世界大百科事典』10 卷、平凡社、2009 年、61 頁。
- (6) 「構造主義とは」—コトバンク（日本大百科全書（ニッポニカ）：構造主義より）  
<<https://kotobank.jp/word/構造主義-62588>>（閲覧日：2019.12.14）
- (7) 同前、29-30 頁。
- (8) スチュワート・シャピロ（金子洋之訳）『数学を哲学する』筑摩書房、2012 年、343 頁。
- (9) Roland Barthes, “Rhétorique de l’image” *Communication*, n°4, novembre 1964  
[*Œuvres complètes, tome II :1962-1967*, Éditions du Seuil, Paris, 2002.], p.574.
- (10) *Ibid.*, p. 576.
- (11) *Ibid.*, p. 588.
- (12) *Ibid.*, p. 573.

本稿は 2019 年度常葉大学教育学部初等教育課程藁科桃子卒業論文「数学記号から視る数学教育—『数学』という記号を考える—」を要約し、大幅に加筆・修正を加えたものである。なお、藁科卒業論文に記されていた図表は、紙幅の都合から省略している。