常葉大学教育学部紀要〈報告〉
第39号　　2019.3.　　353頁～ 360頁

算数科指導に関する一考察

笛　木　茂　雄

A Study of Elementary Mathematics Teaching

Shigeo FUEKI

2018 年 11 月 9 日受理

抄　　録

児童生徒の学習において主体的・対話的で深い学びを引き出し、各教科を横断的な視点でとらえた応用力を育む資質・能力の育成の重要性が指摘されている。今回、思考の道筋を明らかにする教科算数での構成概念を意識した指導例を、その本質を構成する核に焦点をあて考察する。算数指導では手作業に近い具体的操作と内面的に思考する念頭操作で活動が行われる。ゆえに算数での定義は構成概念をその測定操作によって測定する操作的定義となっている。構成手法に着目する具体的操作での規則性の発見と念頭操作での思考の醸成による一般性と汎用性の獲得を教える側が意識する必要がある。定義を構成する要素の分析に図を用いるなど元来行われてきた活動を確りと見直すことも重要となる。そこで児童は自身に語りかけ、他者と意見を交わす体験を数多く獲得する。算数・数学の指導時、基本事項の意義を理解し本質を直観し思考へと導く一助になることを期待したい。

キーワード：主体的・対話的で深い学び、数学力、操作（具体・念頭）、定義の本質、構成手法・順序

1　育成を目指す資質・能力、新たな枠組みの変更点と数学的活動

平成 29 年 3 月に告示された小学校学新習指導要領では､「何ができるようになるか」という観点から、育成を目指す三つの柱に基づいた資質・能力が整理されている。
三つの柱とは「何を理解しているか、何ができるか（生きて働く「知識・技能」の習得)｣､「理解していること•できることをどう使うか（未知の状況にも対応できる「思考力・判断力・表現力等」の育成)｣､「どのように社会・世界と関わり、よりよい人生を送るか（学びを人生や社会に生かそうとする「学びに向かう力・人間性等」の涵養)」である。

算数科においても「算数的活動」から「数学的活動」と名称が改められ、資質・能力を育成する方法として位置づけられている。今まで以上に小•中•高を一体とした、

確りとした数学力（数学を用いて諸問題を考える力）の育成・錬成が意識されていると考える。算数科では「数学的な見方・考え方を働かせること」がはじめの文章の冒頭にあり、「事象を、数量や図形及びそれらの関係などに着目して捉え、論理的、統合的・発展的に考えること」が学習指導の前提である。この「数学的な見方・考え方」は、先の三つの柱で捉えた育成を目指す資質・能力のすべてに働くものであり、各学年の目標もこの三つの柱に対応させた記述になっている。加えて、新指導要領では、学習指導の過程に数学的な問題発見や問題解決の過程を重視することが求められている。

これまで思考力・判断力・表現力の育成を目指し、問題解決型授業が行われ成果を上げてきた。しかし、「問題理解⇒自力解決⇒全体検討⇒まとめ」の各段階を形式的に踏む「直線的な思考過程」だけで、子どもの考えを教師が解説、結果に拘り知識及び技能の修得に重点が置かれるコンテンツベースも見受けられた。新学習指導要領では、「知識及び技能」と「思考力・判断力・表現力など」で整理され、「何に着目するか」「何を考察するか」とよりコンピテンシーベースで整理され、「循環的な思考過程」の育成を要求している。

2　単元構想・授業づくり

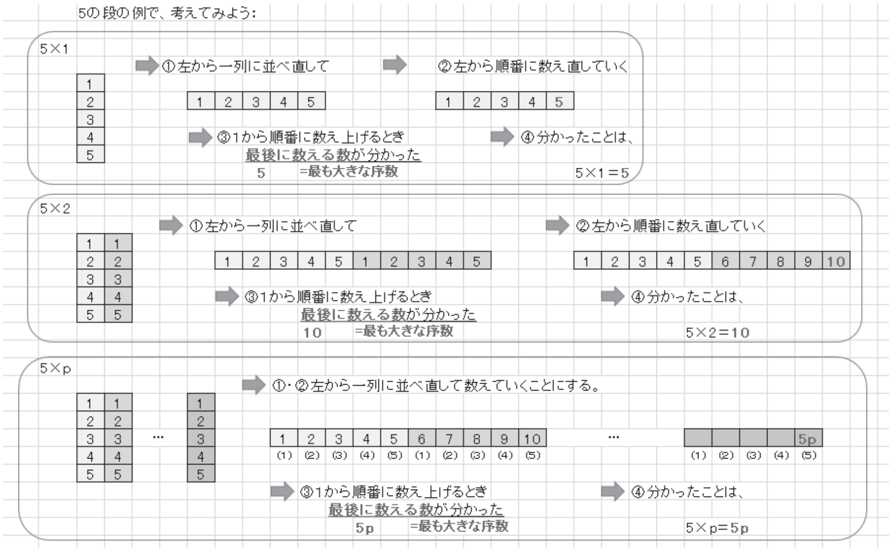
単元で育てる算数の資質・能力を適正に捉えた上で単元構想を立てる際、「（これまで育ててきた数学的見方・考え方）既習事項をこの単元でどのように働かすか」と「知識及び技能」と「思考力・判断力・表現力など」を明確にする必要がある。

小学校 2 年生「かけ算」の授業を例に、単元構想・授業づくりを考える。

かけ算の構造

A × p （；一あたり量×いくつ分　かけられる数を大文字の A、かける数を小文字の p と書き分けている）＝ A ＋ A ＋…＋ A　(p 個の和；同数累加)

物が何個あるかを知るために、数を頭に浮かべる（物と数の 1 対 1 対応を考える)、これは順番に並べ直して数え上げていく操作である。「同じ(個)数Aのものがp個あったら全部で何個になるのでしょう」を考えることが「かけ算」の概念を考えることになっている。



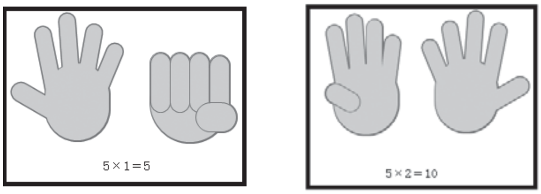
5の段を例としたかけ算の概念を説明する図（アレイ図的）

注意: 5の段の例。最後の5×pでは、それまでの①と②の操作を一緒に行う図となっている。この①・②の合体操作で登場する、色のついた各マスの中の数は、児童が数え上げる序数であり、最後の赤い太字が求めたい全体数である。また、括弧( )の中の数は、一あたり量の構成序数を（ここでは5個を単位として並べることを意味して）表している。

代表的な指導の流れは以下となる。

①「乗法の意味理解」⇒②乗法九九⇒③乗法の活用⇒④簡単な2位数の乗法⇒⑤身の回りの算数（発展を意識した応用）

かけ算の学習では、九九を何度も唱え暗唱し覚える学習も知識及び技能の習得としては重要である。今後はより、上に示したかけ算の構造と概念図のように、「学習場面から見いだした問題を、図や式などを用いて解決する数学的活動」、「かけ算の意味に基づいた計算の仕方」を考え、「かけ算に関して成り立つ法則や性質（交換法則や分配法則）を発見的に児童自身が考察する数学的活動」を通して段階的に児童の自力で九九の構成ができるような単元構想である。例えば、5以下の自然数同士のかけ算の答えを求める際に、かけ算の構造を考えれば、(指算ほど確立したものではなくとも)児童のある意味自然な解決法として両手を用い、指を折って数え上げ確認して求めれば良い。



…

しかし、巨大な数まで簡単・便利に、機械的に扱えるよう、かけ算の構造をより構成的に見直し、九九表（各段の答え）を作る指導へと移行する。その際、

5 × 1 ＝ 5 ①、 5 × 2 ＝ 10 ②＝ 5 ①＋ 5 ①、 5 × 3 ＝ 15 ③＝ 5 ＋ 5 ＋ 5 ＝ 10 ②＋ 5 ①、 5 × 4 ＝ 20 ＝ 5 ＋ 5 ＋ 5 ＋ 5 ＝ 15 ③＋ 5 ①、…

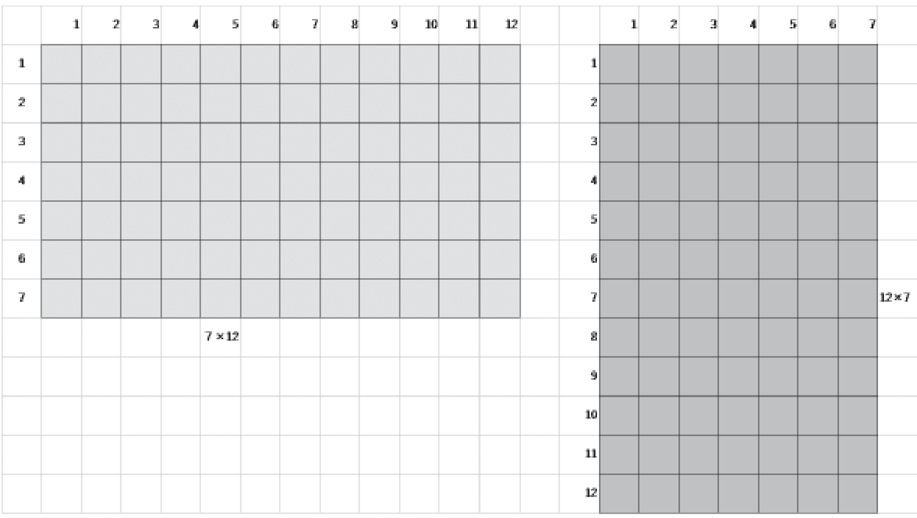
「5 × 4 の答えは、前の 5 × 3 の答えに 5 の段の 5 をたせばいい」とか、「5 × 4 の答えは、2 × 4 の答え 3 × 4 の答えをたせばいい」

5 × 4 ＝ 2 × 4 ＋ 3 × 4

というように構造を直視させる。

④簡単な 2 位数の乗法の問題例としては、

「一つの教室には 12 個のロッカーがあります、七つの教室の全部のロッカーを合わせると全部で何個あるでしょう。」などを考える。



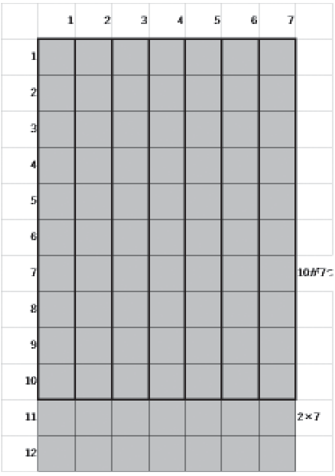
これは 2 学年よりも上の学年で扱う問題内容を含む、「知識及び技能」と「思考力・判断力・表現力など」を用いて未知なる問題を問題解決していける、または、問題解決していこうという、児童が一段高い考えも扱えることを主題している。しかし、この問題の基本構成は「物を数えるときの創意工夫」であることを忘れてはならない。

前提として、発見した九九の作り方を生かし「かけ算に関して成り立つ性質を積極的に活用し問題解決させていく」ことを目指す。ここでは、かけ算の順序も確認することも念頭に置く、「12 × 7」なのか「7 × 12」なのか？

量の概念が問われることとなるが、場合によっては、

12（個 /1 教室）× 7（教室）＝ 12 × 7（個）

と単位を意識した説明もできる（水道方式としてよく見かける指導法、基本的には、無名数で式表現する）。



図Ｃ 1

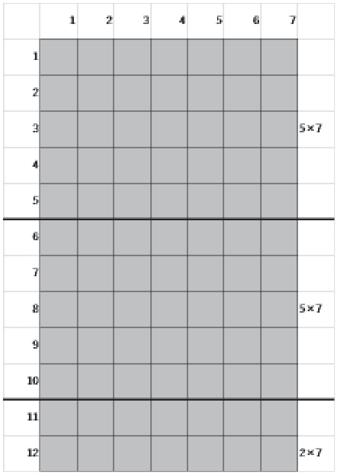
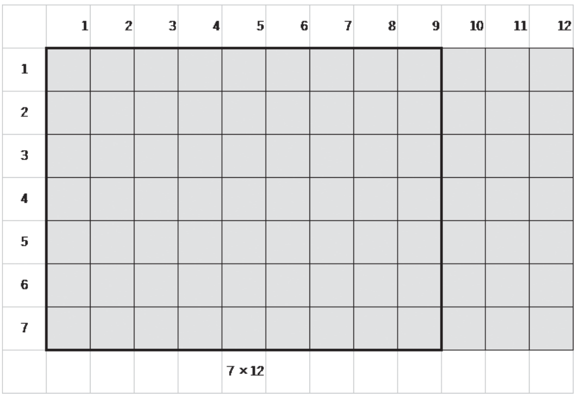


図 C2



図Ｃ 3

Ｃ 1　12× 7 ＝12＋12＋12＋12＋12＋12＋12

＝(10＋10＋10＋10＋10＋10＋10)＋ 2 × 7

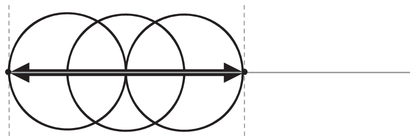
＝70＋14＝84

Ｃ 2　12× 7 ＝ 5 × 7 ＋ 5 × 7 ＋ 2 × 7

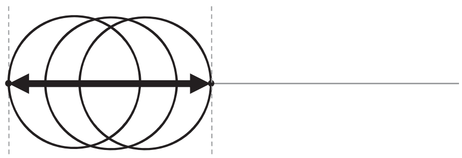
＝35＋35＋14＝70＋14＝84

Ｃ３　12×７＝７×12
　　　　７×９＝63
　　　　７×10＝63＋７＝70
　　　　７×11＝70＋７＝77
　　　　７×12＝77＋７＝84

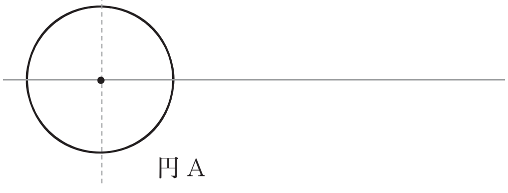
⑤身の回りの算数（発展を意識した応用）として、次のような図形的な問がある。
「直径が 10 の円を順に重ねていくことを考えよう。」
例えば、５ずつ重ねて図のように一直線に並べ、「端から端までの長さ」を調べることを問とする。



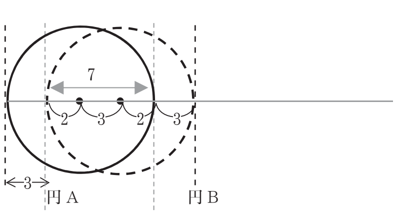
また、「1 ずつ重ねて・・・、2 ずつ重ねて・・・、・・・・、8 ずつ重ねて・・・、9 ずつ重ねて図のように一直線に並べ、「端から端までの長さ」を調べる」ことを問とする。

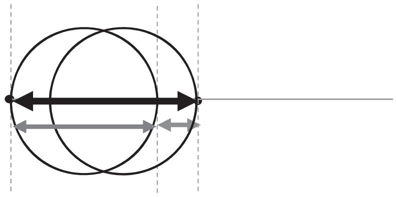


これらは、長さという量を「測る」という操作の根本に帰れば、規則性を議論するのに難しい問題ではない。量を比べること、「前の状態よりどれだけ長くなったのか」を考えることであろう。そのためには、児童たちが行うであろうコンパスと定木を用いた作図で「この問」での長さを生み出す構成手法を認知することを考えれば良い。
次では、７ずつ重なる場合を例にあげている。
構成１：下図のように、直線上に円の中心を置き、円Ａを作図する。

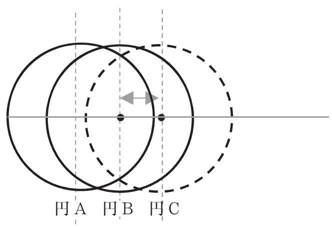


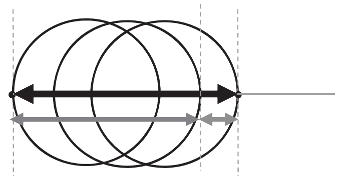
構成 2：次に同じ直線上に中心をもつ円Ｂを作図する。ただし、円Ａと円Ｂは 7 だけ重なるように書く。（上記の下線の設定は対称性に注意すれば「円Ａの中心と円Ｂの中心は 3 だけ離れている」として作図することになる。）





構成 3：作図した「2 つの円、円Ａ、円Ｂとの端から端までの長さ」を測る、注目すべきは大小比較、一つの円の長さよりいくつ増えたか、3 だけ増えている。
構成 4：同じ直線上に中心をもつ円Ｃを作図する。ただし、円Ｂと円Ｃは 7 だけ重なるように書く。（上記の下線の設定は「円Ｂの中心と円Ｃの中心は 3 だけ離れている」として作図することになる。）





構成 5 ：作図した下図の「 3 つの円、円Ａ、円Ｂ、円Ｃの端から端までの長さ」を測る。注目すべきは大小比較、一つの円の長さよりいくつ増えたか、3 だけ増えている。
構成 6：言葉の式を立式する。
円が 1 つのときは、直線が 10。円が 1 つ増えたとき、直線は 10 － 7 ＝ 3 だけ長くなる。考えている長さは、かけ算の概念の拡張として、10 ＋（円の数 － 1）× 3 と予想できる。

このように、問の本質を構成的に分析し共有することを足掛かりにする。その後、「 1 ずつ重ねて・・・、2 ずつ重ねて・・・、・・・・、8 ずつ重ねて・・・、9 ずつ重ねて図のように一直線に並べ、「端から端までの長さ」を調べる」ことの関数的な考えと発展させることも十分可能である。

3　まとめとして

協働的な学びも今後はより一層求められる。対話的に深く学ぶ必要があり、クラス全体での検討が必要となる。全体で検討するときには、友だちの表現を読み、児童が自己解釈して、問題解決の過程や結果を図や式などを用いて表現し伝え合う数学的活

動を教師は仕組まなければならない。協働的な学びの展開の中で、児童の個の自己解釈から正確で一般的な全体・共通の解釈へと変容させる。その際、個のアイデアや式の表し方、発見のプロセスを認められる、認め合う体験と教師から褒められる体験を個と集団それぞれにさせる。

授業後に、共有した新たな知識や技能だけに留めず、数学的な見方・考え方をより一段高めることも求められている。単元構想・構成や授業づくりを行うときには、軸とするものが「数学的見方・考え方」であるが、それは、従来から求められているものであり、それに加え「知識及び技能」と「思考力・判断力・表現力など」との両方を一対と捉え、各学年で目指す数学的活動を明確・明瞭にして学習活動を組織的に行う仕掛けを作ることになる。そして、数学的な見方・考え方を教師自身も精錬し鍛え上げていく努力が必要で、子どもたちを認め、また、子ども同士で認め合う、数学的に一段高める授業を展開し、より一層豊かにするよう、関係者が一丸となって進まれることを望む。

【参考文献】

文部科学省（2017）「小学校学習指導要領」

文部科学省（2017）「小学校学習指導要領解説　算数編」

「新学習指導要領」スーパーガイド　第5回テーマ「小・中学校　算数・数学科」笛木茂雄　教員養成セミナー　40(17) 62-65　2018年5月